ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 26 JANVIER 1942.

PRÉSIDENCE DE M. ERNEST ESCLANGON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Notice sur M. ALBERT VAYSSIÈRE, par M. **MAURICE CAULLERY**.

ALBERT VAYSSIÈRE, Correspondant de l'Académie pour la Section d'Anatomie et Zoologie, depuis le 18 février 1918, est décédé à Marseille le 13 janvier à l'âge de 87 ans, étant né à Avignon le 8 juillet 1854. Toute sa carrière scientifique s'est déroulée à la Faculté des Sciences de Marseille. Ayant, dès sa jeunesse, le goût des sciences naturelles, il avait subi, comme étudiant, l'influence animatrice de A.-F. Marion, qui fut aussi Correspondant de l'Académie et qui occupait alors à Marseille la chaire de Zoologie de la Faculté des Sciences, à laquelle il a donné un grand éclat. Vayssière restait à peu près le dernier survivant d'une pléiade d'élèves de Marion, qui, à Marseille ou ailleurs, ont occupé des chaires dans diverses universités. Marion avait d'ailleurs attiré aussi d'éminents zoologistes étrangers, comme, en particulier, l'illustre Alexandre Kowalewsky, et fait de son laboratoire l'un des plus actifs de l'Europe.

C'est dans ce milieu que s'est formé Albert Vayssière. Il a été successivement préparateur de Zoologie à la Faculté des Sciences, chargé de cours, puis professeur de Zoologie agricole, jusqu'à sa retraite en 1924. J'ai eu personnellement le plaisir d'être son Collègue, de 1900 à 1903, et j'ai pu apprécier l'aménité de son caractère et être témoin de son assiduité au travail. Tout le temps qui n'était pas consacré à son enseignement l'était à ses recherches. Il était toujours à son laboratoire, où il avait réuni d'importantes collections qu'il étudiait. Il a poursuivi ses travaux même au delà de la retraite. Des liens familiaux l'amenaient chaque printemps

à Paris et on pouvait l'y voir fréquenter régulièrement les séances de l'Académie. Il recourait souvent alors, pour ses recherches, aux collections du Muséum. Pendant les vacances, il séjournait ordinairement sur la côte provençale, à Carry, et c'était encore pour lui l'occasion de faire des récoltes zoologiques. A Marseille, en dehors de la Faculté, il a été, pendant une série d'années, directeur du Musée d'Histoire naturelle, après son maître A.-F. Marion et après Gaston Vasseur (décédé en 1915), qui a été aussi Correspondant de l'Académie, pour la Section de Minéralogie.

Les travaux de Vayssière se sont succédé avec régularité et ont porté surtout sur l'anatomie des Mollusques, plus particulièrement des Gastéropodes et surtout des Opisthobranches (Tectibranches et Nudibranches). Il leur a consacré de très nombreux Mémoires et Notes, en particulier sa Thèse de doctorat sur les Bullidés (1880), plusieurs monographies étendues, qui lui ont valu le prix Gay en 1899. Il a étudié surtout les espèces du golfe de Marseille, mais aussi de nombreux types exotiques, que lui procuraient personnellement des correspondants et des voyageurs. Je citerai, entre autres, à cet égard, ses recherches sur les *Cypraeidæ* (Porcelaines). Il a décrit les collections de Gastéropodes de plusieurs expéditions maritimes (*Talisman*, *Hirondelle* et *Princesse-Alice*, *Caudan*, *Français*, *Pourquoi-Pas?*). Tous ces travaux comportent des recherches anatomiques minutieuses et forment un ensemble important. Il a touché accessoirement à la plupart des autres classes de Mollusques.

Un autre champ de recherches de Vayssière était les Insectes, et spécialement le groupe des Éphémérides. Il y avait, dès 1880, reconnu la larve d'une Éphémère dans une forme décrite antérieurement sous le nom de *Prosopistoma* et considérée, de façon erronée, comme un Crustacé. Ces recherches, continuées ultérieurement, lui avaient valu, en 1880, le prix Thore.

Albert Vayssière a été, pendant une longue vie, un travailleur méritant et persévérant, en même temps que modeste. Ceux qui l'avaient connu dans sa jeunesse avaient souvent craint alors pour sa santé. Il a cependant survécu à presque tous ses compagnons de travail, gardant jusqu'au bout, presque sans changement perceptible, la même silhouette un peu frêle et fragile. Il emporte l'estime et la sympathie de tous ceux qui l'ont approché.

ANALYSE COMBINATOIRE. — *Sur le nombre des combinaisons avec répétitions limitées.* Note de M. **Paul Montel.**

1. Appelons *combinaison avec répétitions limitées* de n objets pris p à p tout groupe de p de ces objets, chacun d'eux pouvant y figurer au plus un nombre donné de fois non supérieur à p. Les n objets figureront au plus, a_1, a_2, ..., a_n fois respectivement; les entiers a_i sont inférieurs ou égaux à p et leur somme est supérieure ou égale à p afin qu'une telle combinaison puisse exister. Lorsque $a_1 = a_2 = \ldots = a_n = p$, on retrouve les combinaisons avec répétitions habituelles.

M. E. Galvez Laguarta et M. P. Sergescu [1] ont déterminé le nombre des combinaisons avec répétitions limitées en fonction de $n, p, a_1, a_2, \ldots a_n$; le premier, pour $n = 2$, le second, dans le cas général. Je me propose de donner d'autres formules exprimant ce nombre et de les rattacher aussi à des considérations de géométrie analytique. La comparaison des formules obtenues nous conduira à diverses identités.

Le nombre des combinaisons avec répétitions habituelles, pour n objets pris p à p, est égal à

$$\frac{(p+1)(p+2)\ldots(p+n-1)}{(n-1)!}.$$

Nous le désignerons par $\varphi(p+1)$ en posant

$$\varphi(u) = \frac{u(u+1)\ldots(u+n-2)}{(n-1)!},$$

lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté à sous-entendre le nombre n. Nous désignerons aussi par $\overset{+}{\varphi}(u)$ une fonction égale à $\varphi(u)$ lorsque u est positif ou nul et à zéro lorsque u est négatif ou nul; on a $\varphi(0) = 0$.

2. Le nombre N des combinaisons de n objets pris p à p est égal au nombre des monomes à n variables $x_1^{\lambda_1} x_2^{\lambda_2} \ldots x_n^{\lambda_n}$ de degré p et tels que

$$0 \leqq \lambda_1 \leqq a_1, \qquad 0 \leqq \lambda_2 \leqq a_2, \qquad \ldots, \qquad 0 \leqq \lambda_n \leqq a_n.$$

Soit

$$P_i(x) \equiv 1 + x + x^2 + \ldots + x^{\lambda_i} + \ldots + x^{a_i} = \frac{1 - x^{a_i+1}}{1 - x};$$

(1) E. Galvez Laguarta, *Universitad, Saragoza*, 17, 1940, pp. 469-474; P. Sergescu, *Bulletin de la Section scientifique de l'Académie Roumaine*, 23, 1941, pp. 1-7.

le nombre des monomes considérés est égal au coefficient de x^p dans le produit

$$\mathrm{P}_1(x)\mathrm{P}_2(x)\ldots\mathrm{P}_n(x)=\frac{(1-x^{a_1+1})(1-x^{a_2+1})\ldots(1-x^{a_n+1})}{(1-x)^n}.$$

Ce produit peut aussi s'écrire

$$\left[1-\sum_i x^{a_i+1}+\sum_{i,j} x^{a_i+a_j+2}-\ldots+(-1)^n x^{a_1+a_2+\ldots+a_n+n}\right]$$
$$\times[\varphi(1)+\varphi(2)x\ldots+\varphi(m)x^{m-1}+\ldots].$$

Le coefficient de x^p est alors

$$\mathrm{N}=\varphi(p+1)-\sum_i\varphi(p-a_i)+\sum_{i,j}^{+}\varphi(p-a_i-a_j-1)-\sum_{i,j,k}^{+}\varphi(p-a_i-a_j-a_k-2)+\ldots$$
$$+(-1)^{n-1}\sum_i^{+}\varphi(p-a_1-a_2-\ldots-a_{i-1}-a_{i+1}-\ldots-a_n-n+1).$$

3. On peut obtenir, pour représenter N, une infinité d'expressions équivalentes en faisant varier la forme du monome qui correspond à chaque combinaison avec répétitions. Au lieu du monome adopté dans le paragraphe précédent, on peut prendre

$$x_1^{r_1\pm q\lambda_1}x_2^{r_2\pm q\lambda_2}\ldots x_n^{r_n\pm q\lambda_n},$$

$r_1, r_2, \ldots, r_n$, q désignant des entiers naturels choisis de manière que les exposants ne deviennent pas négatifs lorsque $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ varient. Prenons par exemple le monome

$$x_1^{a_1-\lambda_1}x_2^{a_2-\lambda_2}\ldots x_n^{a_n-\lambda_n};$$

un calcul analogue au précédent donnera

$$\mathrm{N}=\varphi(a_1+a_2+\ldots+a_n-p+1)-\sum_i^{+}\varphi(a_1+a_2+\ldots+a_{i-1}+a_{i+1}+\ldots+a_n-p)$$
$$+\sum_{i,j}^{+}\varphi(a_1+a_2+\ldots a_{i-1}+a_{i+1}+\ldots+a_{j-1}+a_{j+1}+\ldots+a_n-p-1)-\ldots$$
$$+(-1)^n\sum_{i,j}^{+}\varphi(a_i+a_j-p-n+3).$$

C'est la formule de M. P. Sergescu. En égalant les deux valeurs obtenues pour N, on obtient une identité qui lie des coefficients du binome

$$\varphi(p+1)=\sum_{k=1}^{k=n}(-1)^{n-k}\sum_{a_1,a_2,\ldots,a_k}\varphi(a_1+a_2+\ldots+a_k-p-n+k+1),$$

le signe $\sum_{a_1, a_2, \ldots, a_k}$ désignant la somme étendue à toutes les combinaisons simples des nombres $a_1, a_2, \ldots, a_n$, pris k à k.

4. On peut donner une interprétation géométrique simple des considérations qui précèdent. Bornons-nous, pour simplifier le langage, au cas où n est égal à 4. Le nombre N est égal au nombre des paramètres homogènes arbitraires dont dépend une surface algébrique d'ordre p qui admet aux sommets du tétraèdre de référence des points multiples d'ordres

$$\alpha_1 = p - a_1, \qquad \alpha_2 = p - a_2, \qquad \alpha_3 = p - a_3, \qquad \alpha_4 = p - a_4.$$

La détermination de ce nombre de paramètres conduit à la première expression de N donnée au paragraphe 2

$$N = \varphi(p+1) - \sum_i \varphi(p - a_i) + \sum_{i,j}^{+} \varphi(p - a_i - a_j - 1) - \sum_i^{+} \varphi(p + a_i - a_1 - a_2 - a_3 - 2).$$

On peut d'ailleurs toujours conduire le calcul de manière que le dernier terme disparaisse.

Au cours de ce calcul, on est amené à observer que la surface se décompose lorsqu'une somme telle que $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$ surpasse $2p$. Supposons par exemple que cette somme soit égale à $2p + h$. On peut énoncer le résultat suivant : toute surface algébrique d'ordre p possédant trois points multiples non en ligne droite dont la somme des ordres surpasse $2p$ est décomposable et contient le plan des trois points multiples. Si cette somme surpasse $2p$ de h unités, la surface contient h fois le plan des trois points.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Écoulement à symétrie de rotation d'un fluide compressible*. Note de M. MAURICE ROY.

I. On considère l'écoulement absolu et permanent d'un fluide compressible, autour d'un axe de symétrie de rotation et entre deux flasques de révolution autour de cet axe. Supposant l'écartement de ces flasques lentement variable avec la distance à l'axe r, l'écoulement est pseudo-plan.

Ce problème s'applique à certaines parties, diffuseur notamment, des turbomachines.

Le fluide est assimilé à un gaz parfait, en transformation polytropique pour plus de généralité ($p/\rho^k = \text{const.}$, k devenant égal à γ pour l'isentropique).

II. L'écoulement ainsi défini, uniquement fonction de r, est forcément irrotationnel.

Les formules ci-après permettent de l'étudier de façon très simple et de mettre en évidence certains résultats nouveaux.

III. Prenons pour directions orientées le rayon r dirigé vers l'extérieur, la tangente au parallèle (de rayon r) dirigée dans le sens de la composante correspondante c de la vitesse absolue v. Disons que la trajectoire est *concave*, si son *centre de courbure est du même côté de sa tangente que l'axe de rotation* (convexe, au cas contraire).

Soient b, c les composantes radiale et tangentielle de v, $a = \sqrt{(\gamma - 1)\mathrm{CT}}$ la vitesse du son, e l'épaisseur axiale du courant (de/dr est supposé petit).

Soient enfin α l'angle de v avec la direction tangentielle (α *positif* pour l'écoulement *centrifuge*) et $\mathcal{R}$ le rayon de courbure de la trajectoire ($\mathcal{R}$ *positif* pour une trajectoire *concave*).

Les équations de l'écoulement sont

$$(1) \qquad cr = \text{const.}; \qquad \rho ebr = \text{const.}; \qquad \frac{2k}{\gamma(k-1)} a^2 + b^2 + c^2 = \text{const.};$$

[avec $a^2 = (\gamma - 1)\mathrm{CT} = \gamma(p/\rho)$ et $p/\rho^k = \text{const.}$].

Caractérisant le *sens* de la transformation (compression ou détente) du fluide par le rapport

$$(2) \qquad \mathfrak{T} = \frac{r}{p}\frac{dp}{dr} = \frac{k}{k-1}\frac{r}{\mathrm{T}}\frac{d\mathrm{T}}{dr}$$

($\mathfrak{T}$ *positif* pour une *compression centrifuge* ou une *détente centripète*), on déduit aisément des équations précédentes :

a. la relation entre la courbure $1/\mathcal{R}$ de la trajectoire et $\mathfrak{T}$

$$(3) \qquad \frac{1}{\mathcal{R}} = \frac{\cos\alpha}{r}\frac{a^2}{\gamma(b^2+c^2)}\mathfrak{T},$$

d'où : *sur une trajectoire concave* (*ou convexe*), *la pression va toujours en augmentant* (*ou diminuant*) *lorsque r croît;*

b. la relation suivante entre la pente du profil méridien (de/dr) de l'écoulement et $\mathfrak{T}$

$$(4) \qquad \sin^2\alpha\,\frac{r}{e}\frac{de}{dr} = \frac{ka^2 - \gamma b^2}{k\gamma(b^2+c^2)}\mathfrak{T} - 1;$$

c. enfin

$$(5) \qquad \frac{r}{a}\frac{da}{dr} = \frac{k-1}{2k}\mathfrak{T}; \qquad b\frac{db}{dr} = \frac{c^2}{r} - \frac{2k}{\gamma(k-1)}a\frac{da}{dr}; \qquad \frac{1}{c}\frac{dc}{dr} = -\frac{1}{r}.$$

IV. Pour obtenir une distribution uniforme à l'entrée comme à la sortie d'un diffuseur à aubages pour compresseur centrifuge, les relations (3) et (4) déterminent les courbures à donner à l'entrée et à la sortie des aubages. En particulier, si le diffuseur est à flasques parallèles ($de/dr = 0$), on doit avoir

$$\frac{1}{\mathcal{R}} = \frac{\cos\alpha}{r}\,\frac{ka^2}{ka^2 - \gamma b^2}. \tag{6}$$

A la sortie, α est ordinairement petit et b l'est *a fortiori*. La courbure de l'aubage de sortie est approximativement celle du parallèle local et à peu près indépendante de k, c'est-à-dire des échanges calorifiques locaux.

V. Entre flasques parallèles et en écoulement adiabatique ($k = \gamma$), $\mathcal{R}$ devient nul et $\mathcal{C}$ infini pour $b = a$. Les trajectoires se réfléchissent (solution physiquement inacceptable) sur le parallèle correspondant, qui constitue, non une onde de choc, mais une onde sonore cylindrique et stationnaire. Cet écoulement, qui doit être nourri par des « sources » ou absorbé par des « puits » disposés sur l'axe de rotation, ne saurait donc s'étendre jusqu'à un parallèle pour lequel b serait égal à a (en écoulement purement radial, $b = v$ ne peut être égal à a qu'au minimum de section droite ou « col », donc sur le parallèle $r = 0$).

En d'autres termes, dans un tel écoulement et sur un parallèle de référence r_0, *on ne peut choisir arbitrairement à la fois* a_0, b_0 et c_0.

Cette remarque rend explicables les anomalies relevées par W. Tollmien (¹) dans l'étude du potentiel de vitesses correspondant.

VI. On peut rattacher le problème précédent à celui de l'écoulement permanent et absolu à une dimension (écoulement par tranches dans une tuyère droite).

L'écoulement adiabatique ($k = \gamma$) peut, en particulier et assez curieusement, s'étudier par le diagramme que nous avons présenté ailleurs pour l'étude du courant relatif dans une tuyère tournante (²).

Ce diagramme est rigoureusement applicable en faisant correspondre à la vitesse relative w le moment de vitesse radiale br, à la vitesse du son a son moment ar, enfin à la section Ω d'une tranche la fonction $e/r^{2/\gamma-1}$ de l'écart entre flasques et de la distance à l'axe. En outre, la droite

(¹) *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, 17, 1937, p. 117, Berlin.

(²) *Comptes rendus de l'Association Technique Maritime et Aéronautique*, 43, 1939, p. 151, Paris.

auxiliaire Δ de ce diagramme, de coordonnées

$$X = \psi^2; \qquad Y = \frac{2}{\gamma - 1} + \varphi_0^2 - \psi_0^2 + \psi^2,$$

doit être remplacée par la droite Θ, de coordonnées

$$X = \xi^2; \qquad Y = \left(\frac{2}{\gamma - 1} + \varphi_0^2 + \chi_0^2\right)\xi^2 - \chi_0^2; \qquad \text{avec} \quad \varphi_0 = \frac{b_0}{a_0} \quad \text{et} \quad \chi_0 = \frac{c_0}{a_0}.$$

Cette droite recoupe d'ailleurs la précédente pour $X = 1$.

La détermination de l'onde de choc n'est pas modifiée, car elle n'intéresse, sur un cylindre de rayon r fixé, que la vitesse radiale.

Le diagramme en question détermine br, d'où l'on déduit b, et l'on superpose à cet écoulement radial l'écoulement de rotation $c = c_0/\xi$.

Il permet de déterminer immédiatement le parallèle, de rayon r_l, qui limite intérieurement l'écoulement possible (par intersection des droites Θ et Λ_∞), savoir

$$r_l = r_0 c_0 \sqrt{\frac{\gamma - 1}{(3-\gamma)a_0^2 + (\gamma - 1)(b_0^2 + c_0^2)}}.$$

Sur ce parallèle, le fluide est à pression nulle et à vitesse limite, l'écart entre flasques étant infini (l'assimilation à un courant pseudo-plan cesse évidemment d'être valable sur un parallèle de rayon supérieur à r_l).

CORRESPONDANCE.

TOPOLOGIE. — *Espaces fibrés de structures comparararables* [1].
Note de M. **Charles Ehresmann**, présentée par M. Élie Cartan.

Étant données sur un espace topologique E deux structures d'espaces fibrés de symboles E(B, F, G, H) et E(B, F, G′, H′), correspondant au même système de fibres, nous dirons que E(B, F, G′, H′) définit une structure *plus précise* que E(B, F, G, H) lorsque $H' \subset H$. S'il en est ainsi, le groupe structural G′ est un sous-groupe de G. Soit G_1 un groupe d'automorphismes de F contenant G comme sous-groupe. Il existe une

[1] Cette Note emploie les définitions et notations de deux Notes antérieures (*Comptes rendus*, **212**, 1941, pp. 945-948; **213**, 1941, pp. 762-764).

structure d'espace fibré bien déterminée $E(B, F, G_1, H_1)$ *moins* précise que la structure donnée $E(B, F, G, H)$: l'ensemble H_1 d'homéomorphismes des fibres F_x, où $x \in B$, sur F est défini par $H_1 = G_1 H$. Le problème étudié dans cette Note s'énonce de la façon suivante : *Étant donné un sous-groupe* G' *de* G, *trouver les espaces fibrés* $E(B, F, G', H')$ *de structure plus précise que* $E(B, F, G, H)$.

Soit $H(B, \tilde{G}, \tilde{G}_t, H^\star)$ l'espace fibré principal associé à $E(B, F, G, H)$ et considérons dans H la relation d'équivalence $[G']$ telle que la classe d'équivalence de $h \in H$ soit $G'h$. L'espace quotient $H/[G']$ est muni d'une structure d'espace fibré de symbole $H/[G'](B, K, G_k, H_k)$. La fibre K_x est l'espace quotient de la fibre H_x de $H(B, \tilde{G}, \tilde{G}_t, H^\star)$ par la relation d'équivalence induite par $[G']$ sur H_x; l'espace K est l'espace des classes $\tilde{G}'s$ où $s \in \tilde{G}$ et où $\tilde{G}'$ est le sous-groupe de $\tilde{G}$ correspondant à G'; l'ensemble H_k est l'ensemble des homéomorphismes h_x^k de K_x sur K qui appliquent $G'h'_x \in K_x$, où $h'_x \in H_x$, sur la classe $\tilde{G}'s' \in K$, où $s' \in \tilde{G}$ correspond à $\overset{-1}{h'_x} h_x \in G$, $h_x \in H_x$; le groupe structural G_k est la réalisation holomorphe de $\tilde{G}$ comme groupe d'automorphismes de K telle que la transformation de G_k qui correspond à $\sigma \in \tilde{G}$ applique $\tilde{G}'s \in K$ sur $\tilde{G}'s\sigma \in K$. Pour que les classes $\tilde{G}'s$ définissent dans $\tilde{G}$ une structure d'espace fibré $\tilde{G}(K, \tilde{G}', \tilde{G}'_t, .)$, il faut et il suffit que $\tilde{G}'$ vérifie la condition suivante : (α) Il existe dans K un voisinage V de $\tilde{G}' \in K$ qui admet un système continu de représentants dans $\tilde{G}$ relativement à la projection canonique de $\tilde{G}$ sur K. Lorsque la condition (α) est vérifiée, les classes $G'h$, où $h \in H$, définissent dans H une structure d'espace fibré $H(H/[G'], \tilde{G}', \tilde{G}'_t, .)$. En particulier, il en est ainsi lorsque $\tilde{G}$ est un groupe de Lie à r dimensions et $\tilde{G}'$ un sous-groupe fermé de $\tilde{G}$; l'espace K muni du groupe G_k est alors un espace homogène de Lie.

Pour qu'une partie H' de H définisse un espace fibré $E(B, F, G', H')$ de structure plus précise que $E(B, F, G, H)$, il faut et il suffit que : (1) H' soit réunion de classes d'équivalences suivant $[G']$; (2) la projection canonique de H' dans $H/[G']$ soit un système continu de représentants de B dans l'espace fibré $H/[G'](B, K, G_k, H_k)$; (3) tout point de B admet un voisinage W tel qu'il existe dans H' un système continu de représentants de W relativement à la projection canonique de H sur B. Lorsque la condition (α) est vérifiée, la condition (3) est conséquence des deux

premières. Donc *lorsque* (α) *est vérifié, les structures* E(B, F, G', H') *plus précises que* E(B, F, G, H) *correspondent d'une façon biunivoque aux systèmes continus de représentants de* B *dans* H/[G'](B, K, G_k, H_k).

Considérons le produit topologique B $\times$ F comme un espace fibré dont les fibres sont les sous-espaces $\{x\} \times$ F, où $x \in$ B, et dont le groupe structural est réduit à la transformation identique de F. Pour qu'un espace fibré E(B, F, G', H') soit isomorphe au produit topologique B $\times$ F, il faut et il suffit que G' soit réduit à la transformation identique. Les structures E(B, F, G', H'), plus précises que E(B, F, G, H) et isomorphes à B $\times$ F, correspondent donc d'une façon biunivoque aux systèmes continus de représentants de B dans H(B, $\widetilde{G}$, $\widetilde{G}_k$, H^*).

En supposant vérifiée la condition (α), les structures E(B, F, G', H'), plus précises que E(B, F, G, H) et à groupe structural donné G', se répartissent en classes correspondant aux classes des systèmes continus de représentants de B dans H/[G'](B, K, G_k, H_k), deux tels systèmes étant dits de même classe lorsqu'il existe une isotopie de l'un en l'autre telle que sa projection canonique sur B soit l'isotopie qui laisse fixes tous les points de B. Lorsque B est un complexe fini, deux structures E(B, F, G', H') et E(B, F, G', H'') de même classe sont telles qu'il existe une famille continue de structures E(B, F, G', H'_t) plus précises que E(B, F, G, H) et une isotopie $H'_t = \varphi_t(H')$, compatible avec la relation d'équivalence [G'] et déformant H' en H''. Ceci résulte du lemme suivant :

Lemme d'isotopie. — *Soient* E (B, F, G, H) *un espace fibré*, A *un complexe fini*, φ_t(A) *un homéomorphisme de* A *dans* B *définissant une isotopie lorsque t varie de* 0 *à* 1, A'_t *la réunion des fibres correspondant aux points de* φ_t(A). *Il existe une isotopie définie dans* E *par* $A'_t = \Phi_t(A'_0)$ *telle que la restriction de* Φ_t *à la fibre* $F_x \subset A'_0$ *soit un homéomorphisme de* F_x *sur une fibre* $F_{x'} \subset A'_t$, *cet homéomorphisme étant de la forme* $\overset{-1}{h}_{x'} h_x$, *où* $h_x \in H_x$, $h_{x'} \in H_{x'}$, *le point* $x' \in$ B *se déduisant de* $x \in$ B *par l'homéomorphisme* $\varphi_t \overset{-1}{\varphi_0}$.

En particulier, si B est un complexe fini, toute famille d'automorphismes de B qui définit une isotopie dans B se déduit par projection sur B d'une famille d'automorphismes de E(B, F, G, H) définissant une isotopie dans E.

Le problème de l'existence de systèmes continus de représentants de B dans H/[G'](B, K, G_k, H_k) peut être abordé par une méthode dont le principe est dû à E. Stiefel ([2]). En particulier, *si* B *est un complexe de dimension n et si les groupes d'homotopie de* K *sont nuls pour les dimensions* $\leq n-1$, *il existe des systèmes continus de représentants de* B *dans* H/[G'](B, K, G_k, H_k] *et par suite des structures plus précises que* E(B, F, G, H) *à groupe structural* G'. *Si les groupes d'homotopie sont nuls pour les dimensions* $\leq n$, *toutes ces structures plus précises sont de même classe*.

([2]) *Comment. Math. Helvet.*, 8, 1935, pp. 305-353.

Par exemple, soit G un groupe de Lie semi-simple non compact. La théorie des espaces riemanniens symétriques de M. E. Cartan ([3]) montre qu'il existe alors un sous-groupe compact G' tel que K soit l'espace numérique R^k à k dimensions et tel que G_k, isomorphe au groupe adjoint de G, laisse invariante une métrique riemannienne symétrique. Donc il existe des structures plus précises que E(B, F, G, H) à groupe structural G'; elles sont toutes de même classe. De plus, chaque fibre K_x étant munie d'une métrique riemannienne symétrique invariante par le groupe d'automorphismes de K_x, l'espace $H/[G'](B, K, G_k, H_k)$ est contractile en un système continu de représentants de B, chaque point de K_x décrivant pendant la déformation la géodésique unique qui le joint au point de rencontre de K_x avec un système continu de représentants donné.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le* gitter fuchsien.
Note de M. **Jean Delsarte**, présentée par M. Henri Villat.

Soit S une surface à courbure constante négative égale à $-1/a^2$; soit $\mathcal{G}$ un groupe discontinu de déplacements de la surface S sur elle-même, entièrement défini par la connaissance d'un polygone fondamental $\mathfrak{P}$ limité par un nombre pair d'arcs de géodésiques deux à deux congrus. Soit A un point quelconque de $\mathfrak{P}$ (situé à l'intérieur ou sur la frontière); considérons les homologues de A par les diverses transformations de $\mathcal{G}$; l'ensemble ainsi obtenu sera le *gitter fuchsien* d'origine A. Il y a un point de ce gitter dans chaque polygone du pavage de S déduit de $\mathfrak{P}$ par les transformations de $\mathcal{G}$; si A est pris en un sommet du pavage, les points du gitter seront regardés comme multiples. Considérons maintenant une circonférence géodésique de centre A et dont l'aire sera désignée par πx; désignons par $A(x)$ le nombre de points du gitter fuchsien qui se trouvent à l'intérieur ou sur le périmètre de cette circonférence, les points situés sur la circonférence comptant chacun pour $1/2$; nous nous sommes proposé de donner, comme dans le cas bien connu du gitter euclidien, une expression rigoureuse de $A(x)$ propre à l'étude asymptotique de cette fonction.

Introduisons le laplacien ΔF d'une fonction F définie et deux fois dérivable sur la surface S. Considérons les solutions régulières de

([3]) Voir par exemple *L'Enseignement Mathématique*, 35, 1936, pp. 188 et 189.

l'équation

$$\Delta F = \lambda F$$

définies dans le polygone fondamental avec identification des côtés congrus; ces solutions ont donc les mêmes valeurs en des points congrus du périmètre du polygone $\mathfrak{T}$, les dérivées normales ayant en ces mêmes points des valeurs opposées. Ces solutions forment un ensemble dénombrable de fonctions du point courant M de $\mathfrak{T}$,

$$\varphi_0(M), \quad \varphi_1(M), \quad \ldots, \quad \varphi_n(M), \quad \ldots,$$

à chacune desquelles correspond une valeur déterminée de λ,

$$\lambda_0, \quad \lambda_1, \quad \ldots, \quad \lambda_n, \quad \ldots.$$

Des répétitions peuvent se produire dans cette suite. Les fonctions du système φ_n sont deux à deux orthogonales sur $\mathfrak{T}$; nous les supposerons orthonormales. Ceci étant, la fonction $A(x)$ admet le développement

$$A(x) = \pi x \sum_{n=0}^{\infty} F\left[\alpha_n;\, \beta_n;\, 2;\, \frac{-x}{4a^2}\right] \varphi_n^2(A),$$

où l'on a employé les notations que voici : α_n et β_n sont les deux racines de l'équation

$$X^2 - X - \lambda_n a^2 = 0,$$

et $F(\alpha;\beta;\gamma;z)$ désigne la fonction hypergéométrique classique. La sommation est étendue aux valeurs *distinctes* de la suite λ_n, rangées par ordre croissant, et à chacune de ces valeurs correspond un terme de la série égal au produit de $F[\alpha_n;\beta_n;2;-(x/4a^2)]$ par la somme des carrés des fonctions fondamentales en nombre fini correspondant à la valeur propre λ_n. Sous ces conditions la série précédente est convergente et a pour somme $A(x)$.

On notera que le premier terme de cette série, qui est aussi le terme principal de $A(x)$ pour x grand, se réduit à

$$\pi x \varphi_0^2(A) = \frac{\pi x}{\sigma}$$

$[\lambda_0 = 0;\ \varphi_0(M) = 1/\sqrt{\sigma}]$, en désignant par σ l'aire du polygone fondamental.

Lorsque la courbure de S tend vers zéro, les fonctions hypergéométriques deviennent des fonctions de Bessel, et la série précédente se

réduit à

$$A(x) = \frac{\pi x}{\sigma} + 2\pi\sqrt{x}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{-\lambda_n}}J_1(\sqrt{-\lambda_n x})\,\varphi_n^2(A);$$

les fonctions fondamentales φ_n deviennent des fonctions trigonométriques, et l'on retrouve en particulier la formule bien connue de Hardy-Landau relative au *Gitterpunkt* classique.

En ce qui concerne le comportement de $A(x)$ pour les grandes valeurs de la variable, il y a lieu de remarquer que α_n et β_n sont imaginaires conjugués dès que λ_n, réel et négatif, est en valeur absolue supérieur à $1/4a^2$; par suite, chacun des termes de la série $A(x)$, sauf peut-être un nombre fini d'entre eux placés au début du développement, sont de l'ordre de $\sqrt{x}$. Le premier terme de la série est de l'ordre de x, et s'il existe des valeurs propres λ_n en valeur absolue inférieure à $1/4a^2$, il lui succède dans le développement un certain nombre de termes dont l'ordre d'infinitude est compris entre 1 et $1/2$. La question de savoir s'il existe des groupes fuchsiens $\mathcal{G}$ pour lesquels cette circonstance se présente reste d'ailleurs ouverte.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Théorie des sillages. Problème indéterminé de Levi-Civita et de M. Villat* (¹). Note de M. **Adalbert Oudart**, présentée par M. Henri Villat.

I. *Largeur du canal.* — Soient un schéma de Helmholtz-Kirchhoff construit à partir de $\Phi(s)$ fonction d'obstacle et $\Psi(s)$ fonction de canal (²) par les formules de M. H. Villat (³).

a. Pour assurer au canal une même direction (Ox) aux infinis amont et aval, il faut que

$$\Psi(s_1+0) = \Psi(s_1-0) = \Psi(0) = \Psi(\pi) = 0.$$

Cela ne suffit pas à assurer des asymptotes.

b. Une condition suffisante pour que le canal soit à tangente continue et admette des asymptotes parallèles à Ox en amont et aval est que $\Psi(s)$

(¹) J. Kravtchenko, *Thèse* (*Journal de Mathématiques*, 9ᵉ série, 20, 1941, § 2, p. 36).

(²) Pour les notations, voir *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 721.

(³) H. Villat, *Aperçus théoriques sur la résistance des fluides* (*Scientia*, 38, p. 72).

vérifie en outre une condition $\mathcal{L}_n(s)[n>1]$ partout, même pour $s=s_1$, o et π. *Le canal conserve alors une largeur bornée.*

Rappelons que la condition $\mathcal{L}_n(s)$ invoquée ([4]) s'écrit

$$|\Psi(s)-\Psi(s')|<\frac{\text{Constante}}{\left|\text{Log}\,\dfrac{1}{s-s'}\right|^n}.$$

II. *Contact aux asymptotes en aval* ([5]). — Soit un canal admettant Ox pour direction asymptotique en aval $[\Psi(0)=\Psi(\pi)=0]$.

a. Pour que le contact du canal et de ses asymptotes soit d'ordre fini en aval, il suffit que $d\Psi/ds$ soit infini pour $s=0$ (et $s=\pi$) et de la forme $B/s|\log s|^{\alpha+1}$ $(\alpha>0)$ par exemple. La partie principale de $\Psi[s(l)]$ est alors $B/\alpha K_0^\alpha l^\alpha$ ([5]).

b. Si $d\Psi/ds$ est de la forme Bs^γ $(\gamma>-1)$, le contact est d'ordre infini et la partie principale de $\Psi[s(l)]$ est alors $-B/(1+\gamma)\,e^{[(1+\gamma)/K_0]l}$. *En particulier* une bonne fonction $\Psi(s)$ ayant une dérivée finie ou nulle pour $s=0$ $(s=\pi)$ donne cependant un contact d'ordre infini des parois et de leurs asymptotes aval.

III. *Points de détachement* (condition locale de validité). — Soit $\Phi(s)$, telle que $\Phi(0)\leqq\Phi(s)\leqq\Phi(\pi)$ et $\Phi(0)<0<\Phi(\pi)$, la fonction d'obstacle ([6]).

Si $\eta_1=\zeta(\omega_1)$ est >0 [en particulier, si $q\leqq q'\leqq 1/3\sqrt{3}$ ([7])], on peut affirmer que le détachement des lignes de jet n'est pas en proue et est convexe vers l'amont dans les deux cas suivants :

a. Canal monotone convergent avec la restriction

$$\int_0^\pi \Phi(\varepsilon)\,d\varepsilon=\int_0^\pi \Psi(\varepsilon)\,d\varepsilon=0;$$

en particulier cas symétrique.

b. Canal quelconque satisfaisant à $|\Psi(s)|<(\eta'_1/e'_1\,\omega'_1)\,|\Phi(s)|_{\text{Max}}$. Le tableau ci-dessous donne des valeurs approchées par défaut de $\eta'_1/e'_1\,\omega'_1$ en fonction de q'.

q'	0	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3\sqrt{3}}$
$\frac{\eta'_1}{e_1\omega_1}$	0,5	0,48	0,28	0,070	18.10^{-4}

([4]) J. Kravtchenko, *Thèse*, § 11, p. 65.

([5]) K_0 dépend seulement des paramètres ω_1, ω_3, s_1, s_0 ou a, b, Ψ_1, Ψ_2.

([6]) Cas particulier, obstacle concave.

([7]) J. Kravtchenko, *Thèse*, § 13, p. 89, notule ([43]).

IV. *Condition* $V \leqq 1$. — *a*. On a la proposition générale suivante :

Soit une fonction $\Phi(t_1)[-1 \leqq t_1 \leqq 1]$ dans le plan de la variable t [8], telle que l'obstacle et le canal à parois rectilignes construits en fluide limité à partir des paramètres $a_2 b_2$ satisfassent à la condition $V \leqq 1$; il en sera de même pour l'obstacle et le canal à parois rectilignes, construits avec la même fonction $\Phi(t_1)$ et les paramètres $a_1 b_1$ tels que

$$a_2 < a_1 < -1 < 1 < b_1 < b_2.$$

Pour $a_2 = b_2 = \infty$, on est en fluide illimité et l'on obtient dans le demi-plan $\mathfrak{T}$ une proposition qui correspond au théorème III, page 119, et son corollaire, page 122, de la *Thèse* de M. J. Kravtchenko, mais qui en diffère notablement : les deux méthodes conduisent à deux domaines différents de résultats, avec naturellement des résultats communs (théorème de Boggio généralisé aux parois planes par exemple).

b. Par ailleurs, on a le théorème suivant : si

$$\frac{\Phi(t_1)}{\sqrt{1-t_1^2}}[-1 \leqq t_1 \leqq 1] \quad \text{ou} \quad \frac{\Phi(\varepsilon)}{\sin \varepsilon}[0 \leqq \varepsilon \leqq \pi]$$

sont fonctions croissantes de leur argument, la condition $V \leqq 1$ est satisfaite en fluide illimité et partant en fluide limité par des parois planes, avec la restriction (éventuelle) $q < 0,517$ pour les seuls schémas construits à partir de la demi-couronne classique.

c. Compte tenu d'un récent Mémoire [9], la condition $q < 0,517$ peut être supprimée dans certains cas tributaires du paragraphe III, 3°, de ma précédente Note [10].

d. Si $\Phi(t_1)$ correspond à un obstacle tranchant satisfaisant à $V \leqq 1$ en fluide illimité, il en sera de même le long de l'obstacle construit à partir de la même fonction $\Phi(t_1)$ et pour un canal monotone convergent.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Sur la mesure du glissement de roulement.* Note de M. R. SWYNGEDAUW.

Considérons un cylindre métallique de diamètre D sur lequel roule un essieu à deux roues formé par deux disques de diamètre D' fixés sur le même axe et en contact avec le cylindre sur une même génératrice de celui-ci.

---

(8) *Loc. cit.*, (1), p. 103.

(9) J. KRAVTCHENKO, *Mémoires de l'Académie des Sciences*, 63, 1936-1939, pp. 1-10.

(10) *Comptes rendus*, 213, 1941, p. 679.

Lorsque le cylindre tourne à la vitesse angulaire $2\pi N$, l'essieu tourne à la vitesse $2\pi N'$. S'il n'y a pas de glissement, $N' = N'_0$ tel que

$$N'_0 D' = ND; \tag{1}$$

s'il y a glissement

$$N'D' = N(D - \Delta), \tag{2}$$

Δ étant positif.

Le glissement

$$\frac{N'_0 - N'}{N'_0} = \frac{\Delta}{D} \tag{3}$$

peut se mesurer avec précision par le procédé suivant lorsque D/D' diffère suffisamment peu d'une fraction m/m', à termes entiers assez petits tels que $1/2$, $2/3$, $3/5$, ...

Adoptons en effet : 1° à l'axe du cylindre un pignon P formé de $2m$ secteurs égaux dont m métalliques séparés entre eux par m isolants, et 2° sur l'axe de l'essieu un pignon P′ formé de $2m'$ secteurs égaux dont m' métalliques séparés entre eux par m' isolants. Faisons en outre frotter légèrement sur P et P′ deux balais métalliques B et B′ reliés entre eux par une pile et un voltmètre ou un galvanomètre. Il est aisé de voir que le courant ne passe que si B et B′ touchent chacun en même temps un secteur métallique de P ou de P′.

Si, au même instant, B et B′ passent d'un secteur isolant sur un secteur métallique, la durée des contacts métalliques simultanés est maximum; le courant moyen indiqué par le voltmètre est maximum pendant le premier $m^{\text{ième}}$ de tour qui suit l'instant t. Au bout de cette durée, le balai B′ du pignon P′ ne passera pas en général d'un secteur isolant sur un secteur métallique comme le balai B, mais un peu plus tôt ou un peu plus tard que lui, la durée des contacts métalliques simultanés pendant le deuxième $m^{\text{ième}}$ de tour du cylindre sera plus courte et le courant indiqué plus faible; au troisième $m^{\text{ième}}$ de tour, il sera plus petit encore, et il sera pratiquement nul quand B′ passe d'un secteur métallique sur un isolant au même instant que B passe d'un isolant sur un métallique. Le courant augmente ensuite progressivement pour redevenir maximum à l'instant où de nouveau les deux balais B et B′ passent simultanément d'un secteur isolant sur un secteur métallique, de sorte qu'une oscillation complète du voltmètre dure le temps θ nécessaire pour que le balai B touche un secteur métallique de plus ou de moins que le balai B′, c'est-à-dire en exprimant θ en secondes et

N en tours par minute.

$$\frac{\theta(\mathrm{N}m - \mathrm{N}'m')}{60} = \pm 1. \tag{4}$$

Le nombre p d'oscillations complètes du voltmètre par minute est, en tenant compte de (2),

$$p = \frac{60}{\theta} = \mathrm{N}\left[m - m'\frac{(\mathrm{D} - \Delta)}{\mathrm{D}'}\right]. \tag{5}$$

S'il n'y avait pas de glissement, il serait

$$p_0 = \mathrm{N}\left[m - m'\frac{\mathrm{D}'}{\mathrm{D}}\right], \tag{6}$$

d'où

$$p - p_0 = \frac{m'\mathrm{N}\Delta}{\mathrm{D}'}, \tag{7}$$

et le glissement (3) s'écrit

$$g = \frac{\Delta}{\mathrm{D}} = \frac{(p - p_0)\mathrm{D}'}{m'\mathrm{ND}}, \tag{8}$$

et comme m/m' est sensiblement égal à D/D',

$$\frac{m\mathrm{D}'}{m'\mathrm{D}} = 1 + \varepsilon, \tag{9}$$

ε étant une fraction très petite positive ou négative suivant que D'/D est supérieur ou inférieur à m'/m.

Si ε est négligeable devant l'unité, le glissement est donné pratiquement par la formule

$$g = \frac{60}{m\mathrm{N}\theta} - \varepsilon. \tag{10}$$

La précision de la mesure dépend de celle avec laquelle on peut évaluer le rapport D'/D et maintenir constante la vitesse N.

Elle a été appliquée d'abord à Lille au glissement des courroies sur poulies inégales, et ensuite au glissement de roulement à l'Institut Polytechnique de l'Ouest à Nantes.

ASTRONOMIE. — *Résultats d'une recherche d'étoiles doubles nouvelles.*

Note de M. **Robert Jonckheere**, présentée par M. Charles Fabry.

Nous avons commencé en 1906 une recherche d'étoiles doubles nouvelles qui, depuis 36 ans, a été poursuivie dans cinq observatoires. Déjà en 1911,

puis en 1913, nous avons communiqué à l'Académie les premiers résultats obtenus, et spécialement la classe d'étoiles doubles trouvées ([1]). Aujourd'hui que cette recherche nous a fait découvrir plus de 2000 couples, nous croyons intéressant de résumer, très brièvement, le travail accompli.

Six instruments très différents ont été utilisés dans des climats très variés. Voici le nombre d'étoiles doubles recueillies à l'aide de chacun d'eux :

Réfracteur de	16^{cm}	de l'Observatoire de Strasbourg.......	40	couples
»	22	d'un Observatoire privé. Roubaix.....	70	»
»	26	de l'Observatoire de Marseille........	495	»
»	35	» Lille.............	996	»
»	71	» Greenwich........	252	»
»	80	» Marseille........	187	»

Sur ces couples, plus d'un millier ont les composantes séparées de moins de 3″. Au-dessous de 5″, leur nombre est comparable à celui de ces couples dans l'ensemble des catalogues de Struve et de Burnham réunis.

Nos recherches n'ont pas été faites en pointant successivement les étoiles d'une carte ou d'un catalogue, mais en observant par zones limitées. C'est ainsi qu'au cours de ces travaux, nous pûmes encore découvrir de nouvelles nébuleuses planétaires intéressantes, à noyaux doubles, qui firent l'objet de belles études à l'Observatoire Lick ([2]).

Les 1319 premiers couples trouvés sont réunis dans notre catalogue général, déjà vieux d'un quart de siècle ([3]). Beaucoup ont été remesurés en Amérique, principalement par Burnham, Doolittle, Fox, Olivier, Van Biesbroeck et Barton. En France, Giacobini, à l'Observatoire de Paris, en observa plusieurs centaines malgré la difficulté que présentent souvent ces étoiles dans les instruments de puissance moyenne ([4]). Une grande partie fut remesurée par nous-même à Greenwich, à Lille, puis à l'Observatoire de Marseille où nous avons pu, grâce aux moyens mis à notre disposition par M. le directeur Jean Bosler, faire de nombreuses observations et étendre nos recherches dans une importante zone australe ([5]).

([1]) *Comptes rendus*, **152**, 1911, p. 575; **156**, 1913, p. 937.

([2]) *Publications of the Lick Observatory*, **13**, 1918, plates 9-11.

([3]) *Memoirs of the Royal Astronomical Society*, **61**, 1917, p. 1.

([4]) *Mesures d'étoiles doubles faites à l'Observatoire de Paris*, Orléans, 1934.

([5]) *Journal des Observateurs*, **24**, nos III-IV et suivants, 1941.

Aujourd'hui que tant d'années se sont écoulées depuis les premières mesures, la coordination de toutes les observations de ces étoiles doubles, faites en Europe et en Amérique, est devenue un devoir que nous nous efforçons de remplir. Nous poursuivons cet ouvrage de fin de carrière dans des conditions matérielles pénibles; le manuscrit de 1800 pages est cependant à moitié réalisé. Il nécessite de nouvelles mesures, et souvent de minutieuses vérifications dans le ciel. Ce travail décèle déjà un grand nombre d'étoiles naines, bien plus rapprochées de nous que ne semblait l'indiquer leurs magnitudes. Les couples optiques sont rares; un seul à ce jour, J 923, est nettement caractérisé; il indique, au reste, un important mouvement propre non encore catalogué.

PHYSIQUE. — *Variantes dans l'emploi d'une fraction rationnelle pour formuler au mieux une loi expérimentale.* Note (1) de M. **Pierre Vernotte**, présentée par M. Aimé Cotton.

I. Nous avons indiqué (2) qu'on pouvait non seulement calculer une valeur corrigée d'une ordonnée dont on possédait quelques voisines, mais aussi former l'expression représentant au mieux une loi expérimentale, en posant cette seule condition *que l'imprécision des données expérimentales se fît sentir le moins possible*. Ce résultat permet de compléter la méthode, plus générale mais fondée sur une hypothèse, que nous avions imaginée pour formuler au mieux une loi, méthode qui consistait essentiellement à identifier la *valeur moyenne* (au sens précis des analystes) de la *fonction expérimentale*, notion précise que nous avons introduite (3), et de la fonction théorique représentative, le long d'intervalles partiels successifs partageant l'intervalle expérimental; ce qui laissait subsister deux *indéterminées :* le mode de partage (4) de l'intervalle total, et le choix de la formule permettant le calcul empirique de la valeur moyenne expérimentale. En appliquant ledit résultat, on trouve que, pour *quarrer empiriquement au mieux une courbe expérimentale*, il faut grouper les ordonnées supposées équidistantes par groupes de quatre, et appliquer à chaque trapèze curvi-

(1) Séance du 12 janvier 1942.

(2) *Comptes rendus*, **213**, 1941, p. 827.

(3) *Comptes rendus*, **213**, 1941, p. 433.

(4) *Comptes rendus*, **210**, 1940, p. 565.

ligne à trois bandes ainsi formé la formule antérieurement indiquée ([5]) : huit fois l'ordonnée moyenne vaut la somme $(y_1 + 3y_2 + 3y_3 + y_4)$; on trouve aussi que, pour obtenir *le meilleur polynome du 2e degré* représentant une loi expérimentale, il faut, si l'on dispose d'ordonnées nombreuses, que l'intervalle partiel médian soit les deux tiers de chacun des intervalles extrêmes.

II. Dans les méthodes de détermination de la meilleure formulation reposant sur des identifications de valeurs *moyennes*, c'est *aux extrémités* de l'intervalle expérimental que les *écarts* avec les données sont d'ordinaire le plus grand; et l'on en comprend bien la raison : c'est qu'en n'imposant de conditions qu'à la fonction primitive de l'expression représentative, on n'obtient cette dernière que par une *dérivation* (et pour que l'approximation soit, malgré cela, très bonne, il faut que la méthode soit en elle-même excellente), et les brins extrêmes sont nécessairement plus flottants. Si, outre la valeur moyenne entre o et x_1 ([6]), on imposait aussi $f(0)$, les deux courbes, expérimentale et représentative, se suivraient de très près, et $f(x_1)$ serait à peu près correcte, et ainsi de suite de proche en proche. Mieux, on imposera, *aux extrémités* de l'intervalle expérimental $(0, x_5)$, $f(0)$ et $f(x_5)$, dont on calculera au préalable des valeurs *régularisées* comme il a été dit ([2]); et l'on partagera $(0, x_5)$ en *trois* intervalles partiels seulement : pour les courbes présentant maximum, inflexion et asymptote horizontale, on limitera le premier à l'abscisse du maximum, et l'on réalisera les deux autres en partageant en deux parties égales l'intervalle restant.

Les formules ([6]) donnant les coefficients de la fraction rationnelle se simplifient beaucoup. Les abscisses o, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 deviennent o, o, x_1, x_2, x_3, x_3. Les valeurs moyennes $\overline{y_1}$ et $\overline{y_5}$ se réduisent respectivement à y_1 et y_3; $\overline{y_2}$, $\overline{y_3}$, $\overline{y_4}$ deviennent $\overline{y_1}$, $\overline{y_2}$, $\overline{y_3}$. Les algorithmes p, δ, σ se calculent à la manière habituelle (on leur conserve leurs indices).

Quoique, comme on l'a dit ([2]), les ordonnées y_0 et y_3, extrémités de l'intervalle total, soient, relativement, beaucoup *moins bien corrigées* que ne l'auraient été les ordonnées intermédiaires y_1 et y_2, on trouve qu'il est pourtant *plus* avantageux de se fixer les ordonnées extrêmes.

III. Appliquée au dépouillement de l'expérience de convection déjà citée ([7]), la fraction rationnelle ainsi traitée a donné sensiblement la même

---

([5]) *Comptes rendus*, 210, 1940, p. 475.
([6]) *Comptes rendus*, 213, 1941, p. 433.
([7]) *Comptes rendus*, 213, 1941, p. 777.

approximation (écarts de l'ordre des incertitudes de la mesure) que les développements tirés de la série de Fourier, avec toutefois une évaluation plus exacte de la *position du maximum*.

IV. Nous rappelons que cette fraction rationnelle à cinq paramètres n'a aucune signification *profonde*. Ses propriétés sont très remarquables, puisque, comme on vient de le voir, avec *cinq* paramètres seulement on obtient plutôt mieux qu'avec les *huit* des expressions que nous avons prises ([7]) comme *normes* de la meilleure formulation.

Elles tiennent, d'une part, à *sa nature propre* qui lui confère des particularités géométriques relativement nombreuses, et au fait qu'un *carré* figure en dénominateur : le signe du numérateur s'étant toujours trouvé rester le même dans tout l'intervalle, la fraction garde un signe constant, et comme sa valeur moyenne est imposée, elle reste finie, donc le dénominateur ne s'annule pas, et la fraction garde une allure normale et par suite son caractère spontanément très *tendu*; ce qui n'arrivait pas toujours en l'absence de ce carré.

D'autre part, la détermination par identification de valeurs *moyennes*, qui se trouve être l'essentiel dans les meilleures méthodes de formulation, est appliquée d'une façon plus *méthodique*. En effet le calcul des coefficients d'un développement de Fourier ne conduit qu'à des *sortes* de moyennes, portant sur des intervalles partiels *non d'un seul tenant*, et d'étendues *imposées*. Tandis que la fraction rationnelle, pour comporter *moins* de paramètres (il y a là une notion importante), n'en est pas moins déterminée avec une *plus* grande liberté, puisqu'on peut s'appuyer sur une décomposition en intervalles partiels bien *délimités*, et d'étendues *adaptées* aux caractères de la courbe. C'est, de plus, en observant les *sinuosités* apparentes de la courbe expérimentale, que l'on verra jusqu'où pousser la division en intervalles partiels, et, par suite, *combien* de paramètres introduire; en même temps que l'influence évidente, sur la valeur moyenne dans un intervalle partiel, d'une sinuosité que l'on fait passer plus ou moins complètement, *d'un* intervalle *à l'*intervalle partiel contigu, précise l'incertitude qui ne peut pas ne pas exister dans la loi représentative, et permet d'apporter d'éventuelles retouches à la délimitation des intervalles.

Au demeurant, il n'est pas toujours facile de reconnaître qu'une représentation est *meilleure* qu'une autre, puisqu'elles *n'*ont *pas les mêmes* défauts; et peut-être faut-il considérer que les avantages de l'approximation donnée par la fraction rationnelle sont plus apparents que réels; mais alors, à tout le moins, pour une approximation comparable elle a cette supériorité de conduire à des calculs beaucoup moins laborieux.

ÉLECTROSTATIQUE. — *Sur la décharge des pointes positives.* Note ([1]) de Mme **Sophie Yadoff** et M. **Oleg Yadoff**, présentée par M. Camille Gutton.

Les phénomènes que l'on désigne sous le nom de *pouvoir des pointes* sont connus depuis très longtemps, mais ce n'est qu'avec le développement des installations électriques à haute tension qu'ils ont acquis un intérêt spécial. On sait que la vitesse du vent électrique engendré par la décharge des pointes dépend de la tension électrostatique du conducteur et aussi de sa température; elle dépend également de l'état physique de l'air, ou de la nature du gaz environnant ([2]).

En dehors de quelques données, très restreintes du reste, nos connaissances ne sont pas suffisantes pour permettre de concevoir le mécanisme de la formation du vent électrique produit par la décharge des pointes. Dans le dessein d'élucider cette question, nous avons effectué une série d'expériences au cours desquelles nous avons observé un *phénomène d'hystérésis du vent éléctrique* lorsque la pointe est chargée positivement. Le vent électrique étudié fut obtenu à la pression atmosphérique au moyen d'une pointe de tungstène à extrémité hémisphérique de $0^{mm},5$ de diamètre. Une plaque circulaire d'acier, placée à une distance comprise entre 5 et 10^{cm}, jouait le rôle d'un écran négatif. La décharge était obtenue en utilisant une machine de Wimshurst à dix disques dont le débit pouvait atteindre 250-200 μA, sous une centaine de kilovolts. La vitesse du vent électrique fut déterminée par la mesure à l'électromètre de l'intensité du courant de décharge (mesure de la chute de tension dans une résistance non inductive placée en série avec la pointe). En augmentant progressivement la pression électrostatique à partir de zéro, ou, ce qui revient au même, la tension appliquée aux bornes du dispositif, on s'aperçoit que, pour une certaine valeur de cette pression, le vent s'établit brusquement et augmente de vitesse, en même temps que l'intensité du courant, d'abord suivant une ligne droite, puis suivant une courbe à pente croissante jusqu'à une pression électrostatique critique pour laquelle apparaît entre la pointe et l'écran négatif une décharge par étincelle.

([1]) Séance du 5 janvier 1942.

([2]) Mme S. Yadoff, *Revue générale de l'Électricité*, 46, vi, 1939, p. 179.

Par réduction de la pression électrostatique, le vent cesse brusquement pour une valeur de pression inférieure à celle qui détermine sa production lorsqu'on part du zéro. La différence entre les deux points d'établissement du vent et de suppression est assez faible, mais bien décelable; elle montre, par conséquent, l'existence dans les décharges des pointes positives d'un phénomène d'hystérésis.

Par exemple, pour une distance, entre la pointe et la plaque, de 5^{cm}, le vent s'amorce pour la pression électrostatique qui correspond à 5,46 kV avec un courant de décharge égal à $4,10 . 10^{-7}$ A lorsqu'on augmente progressivement la tension à partir de zéro. Par réduction de la tension appliquée, la décharge ainsi que le vent électrique ne cessent qu'à une valeur nettement inférieure, lorsque $U = 5,44$ kV et $I = 4,07 . 10^{-7}$ A. Pour les distances entre la pointe et l'écran plus grandes, ces retards sont encore plus appréciables.

On ne décèle pas de tels retards lorsque la pointe est chargée négativement et l'écran positivement.

Une substance radioactive disposée au voisinage ne modifie pas les vitesses du vent pour les pressions électrostatiques supérieures à la pression électrostatique d'amorçage, mais a pour effet de faire disparaître le phénomène d'hystérésis; dans ce cas les points d'établissement et de suppression du vent se confondent.

Aux pressions électrostratiques inférieures à celle-ci, il se forme des vents intermittents, dont la fréquence dépend de l'importance de la source radioactive et de la valeur de la pression électrostatique.

Nous reviendrons, dans une publication spéciale, sur les explications théoriques de ce phénomène d'hystérésis.

OPTIQUE. — *Sur la dispersion des constantes de Kerr et de Cotton-Mouton.* Note de M. **Roger Servant**, présentée par M. Aimé Cotton.

J'ai montré (1) que, pour un grand nombre de substances, la constante de Kerr ou de Cotton-Mouton peut être mise sous la forme simple

$$B = b . \frac{\lambda}{\lambda^2 - \lambda_0^2}, \tag{1}$$

(1) *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 780.

où λ est la longueur d'onde et b et λ_0 des constantes. Pour le chlorobenzène par exemple, une telle formule permet de représenter la dispersion de l'effet Kerr de $1^{\mu},2$ à $0^{\mu},3$.

Je voudrais montrer ici comment la théorie classique de la diffusion de la lumière permet de préciser la signification de la constante b.

1. *Cas des gaz.* — Pour les gaz homopolaires, on montre que la constante de Kerr est de la forme

$$B_1 = \frac{\pi N}{15\lambda k T}\Sigma(A_0 - B_0)(A - B),$$

où A, B, C sont les réfractivités principales et A_0, B_0, C_0 leurs valeurs limites ([2]). *Si l'on admet l'hypothèse de Gaus* :

$$\frac{A_0}{A} = \frac{B_0}{B} = \frac{C_0}{C} = a,$$

on trouve, en désignant par α l'anisotropie moléculaire et par ε la constante diélectrique,

$$B_1 = \frac{3\alpha^2(n^2-1)(\varepsilon-1)}{40\pi N k T \lambda}.$$

On voit que cette relation est précisément de la forme (1) en posant

$$\boxed{b_1 = \frac{3}{40\pi}\cdot\frac{(\varepsilon-1)^2}{NkT}\alpha^2.}$$

Pour les gaz hétéropolaires, le terme de biréfringence, provenant du moment permanent m, s'écrit

$$B_2 = \frac{\pi N}{15\lambda k^2 T^2}\Sigma(A - B)(m_1^2 - m_2^2),$$

et, dans l'hypothèse où la molécule possède un *axe* optique incliné de l'angle θ sur m,

$$B_2 = \pm\frac{\alpha(n^2-1)m^2(3\cos^2\theta - 1)}{20k^2T^2\lambda}.$$

C'est encore une relation de la forme (1), si l'on pose

$$\boxed{b_2 = \pm\frac{(3\cos^2\theta - 1)(\varepsilon_0 - 1)}{20k^2T^2}m^2\alpha.}$$

([2]) Voir, par exemple, J. Cabannes, *La diffusion moléculaire de la lumière*, Paris, 1929, p. 48.

Dans le cas général où B est de la forme $B_1 + B_2$, il faudra prendre

(2) $$b = b_1 + b_2.$$

Appliquons par exemple les considérations précédentes aux mesures de Gilford G. Quarles (3) sur le gaz carbonique. Il est facile, d'après ses données, d'établir que la constante de Kerr, à 17°,5 et sous la pression atmosphérique, peut s'écrire sous la forme

$$B = 1,445.10^{-13} \times \frac{\lambda}{\lambda^2 - 0,5.10^{-10}} \text{ C.G.S.},$$

valable de 7500 Å à 4000 Å, avec une erreur moyenne de 1 %.

Ici $b = b_1$. En adoptant $(\varepsilon - 1).10^4 = 9$, $k = 1,375.10^{-16}$, $d_0 = 1,529$ et $\mathcal{N} = 6,02.10^{23}$, on trouve pour valeur du *facteur de dépolarisation* donné par $\alpha^2 = 5\delta/(6 - 7\delta)$

$$\delta = 0,082.$$

Or la valeur expérimentale la plus récente [J. Cabannes et A. Rousset (4)] est $\delta = 0,078$. L'accord est donc tout à fait satisfaisant

2. *Cas des liquides.* — Ce cas est plus complexe, car il faut faire intervenir cette fois (5) la polarisation par le champ directeur et par l'onde lumineuse et remplacer a par $(\varepsilon - 1)(n^2 + 2)/(\varepsilon + 2)(n^2 - 1)$ [au lieu de $(\varepsilon - 1)/(n^2 - 1)$]. Enfin il est difficile d'expliciter complètement les calculs, les propriétés moléculaires s'effaçant devant les propriétés *effectives*.

Cependant, si l'on fait les substitutions dans le même esprit que plus haut, on voit que c'est maintenant la quantité $9nB/(n^2 + 2)^2$ qui intervient. On trouve par exemple pour les molécules homopolaires

(3) $$b = \frac{(n^2 + 2)^2}{9n} b_1.$$

Ma formule correspond donc maintenant à une *approximation* qui consiste à négliger la dispersion du facteur $(n^2 + 2)^2/9n$. C'est une approximation analogue à celle qui se fait couramment pour le pouvoir rotatoire, quand on néglige (6) la variation du facteur $(n^2 + 2)/3$ vis-à-vis

---

(3) *Physical Review*, 46, 1934, p. 692.
(4) J. Cabannes et A. Rousset, *Journal de Physique*, 1, 1940, p. 188.
(5) J. Cabannes, *loc. cit.*, p. 246.
(6) E. U. Condon, *Reviews of Modern Physics*, 9, 1937, p. 439.

de celle des termes de Drude en $1/(\lambda^2-\lambda_0^2)$, dans les calculs de coefficients rotationnels par exemple. Ceci revient à admettre que la variation *relative* du facteur $(n^2+2)^2/9n$ est négligeable devant celle de B. Or, pour le chlorobenzène par exemple, le facteur $(n^2+2)^2/9n$ varie de 1,34 à 1,46 dans l'intervalle 12000 Å — 3000 Å, alors que, dans le même intervalle, B passe de 0,4 B_0 à 2,3 B_0. L'approximation est donc légitime, surtout au degré de précision des mesures sur B.

ÉLECTROOPTIQUE. — *Sur l'inertie de l'effet Stark et la possibilité de champs électriques interatomiques très intenses ; application à l'origine des raies coronales.* Note de M. **Junior Gauzit**, présentée par M. Charles Fabry.

I. La théorie prévoit une inertie dans l'effet Stark : l'atome émetteur n'obéit pas exactement à des variations trop rapides du champ électrique quand une variation considérable de l'intensité du champ se produit en un temps comparable à la période de la perturbation séculaire provoquée par le champ. On peut calculer cette période pour les atomes hydrogénoïdes. Quant aux observations, elles paraissent indiquer une inertie supérieure aux prévisions, qui, par exemple, ne permettent pas d'expliquer la persistance de certaines composantes intenses de la raie $H\gamma$ lors de la sortie des rayons canaux de l'hydrogène hors d'une région à champ intense ([1]).

II. J'ai proposé ([2]) d'expliquer l'origine des principales raies brillantes de la couronne solaire par l'action d'un champ électrique de 10^7 volts/cm environ sur le spectre de l'orthohélium. Je vais, en tenant compte de l'inertie de l'effet Stark, donner une interprétation simple de ce champ et montrer, de manière générale, la possibilité de champs électriques interatomiques très intenses.

Soit, en un point O, un atome immobile au milieu d'un flux de très nombreux corpuscules électrisés portant tous la même charge et dont je suppose les trajectoires toutes parallèles entre elles. Soit n le nombre de corpuscules qui traversent, pendant la période d'inertie de l'effet Stark pour l'atome considéré, l'unité de surface décrite autour de O normalement à leurs trajectoires. La probabilité pour que dans ce plan aucun corpuscule ne vienne plus près de O que la distance x est $\exp(-x^2/x_0^2)$,

([1]) R. von Traubenberg et R. Gebauer, *Zeits. f. Physik*, 44, 1927, p. 752.
([2]) *Comptes rendus*, 213, 1941, p. 770.

en posant $\pi n x_0^2 = 1$. Donc la probabilité pour que le corpuscule qui se rapproche le plus de O passe entre les distances x et $x + dx$ est

$$2 \frac{x}{x_0^2} \exp\left(-\frac{x^2}{x_0^2}\right) dx.$$

Le champ électrique maximum produit en O par le passage du paquet de corpuscules considérés dépend essentiellement du corpuscule qui s'est le plus rapproché, et pour évaluer ce champ il faut calculer la valeur moyenne de $1/x^2$ pour ce corpuscule, c'est-à-dire l'intégrale

$$\frac{2}{x_0^2} \int_0^1 \frac{1}{x} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{x_0^2}\right) dx,$$

qui est infinie. En réalité, puisqu'en O se trouve un atome, dont le volume n'est pas nul, on aura un champ de valeur très grande, mais finie. Ainsi, à cause de l'inertie de l'effet Stark, le champ interatomique dépend du mouvement des corpuscules électrisés et peut, dans certains cas, devenir très grand.

Si je reviens maintenant à l'hypothèse proposée pour l'origine des raies coronales, pour que le champ agissant sur les atomes d'hélium ait une valeur moyenne bien déterminée, il faut admettre que ces atomes se comportent, vis-à-vis des électrons ou des ions en mouvement, comme des sphères élastiques, dont on peut calculer le rayon x_1 : pour un champ électrique de 10^7 volts/cm et des particules de charge $e = 4,7 . 10^{-10}$ u.e.s., on trouve $x_1 = 1,2 . 10^{-7}$ cm, valeur supérieure à celle mesurée au laboratoire pour la section efficace de choc élastique; mais cela n'est pas suprenant, puisqu'il s'agit ici d'atomes excités. La conception à laquelle on aboutit est inattendue : l'intensité du champ électrique effectif qui s'exerce sur un atome dépend de cet atome et du degré d'excitation de cet atome ([3]).

Finalement un mouvement d'expulsion radiale des électrons ou des ions coronaux, tel qu'il a été suggéré par plusieurs auteurs, suffit donc pour expliquer le champ électrique dont j'ai émis l'hypothèse. Quant à la largeur des raies coronales, elle est due aux fluctuations de ce champ.

([3]) L'incertitude des relations que j'ai proposées entre les raies coronales et les raies de l'hortohélium peut avoir une double cause, emploi de formules linéaires approchées et hypothèse d'une valeur unique pour le champ électrique agissant sur les divers niveaux d'excitation de l'hélium.

RAYONS X. — *Une nouvelle méthode d'examen des structures superficielles : radiographie et microradiographie par réflexion.* Note [1] de M. **Jean-Jacques Trillat**, présentée par M. Maurice de Broglie.

J'ai indiqué [2] le principe d'une méthode consistant à radiographier la surface d'un objet métallique en utilisant, non plus les rayons X incidents, mais les photoélectrons émis sous leur impact.

Deux cas sont à considérer suivant que l'on désire étudier une surface de grande étendue (plusieurs centimètres carrés) ou de faible étendue (quelques millimètres carrés).

Dans le premier cas, la première condition à réaliser est la planéité de l'objet; s'il s'agit d'une feuille métallique, le problème est résolu; s'il s'agit de la coupe d'une barre ou d'un matériau quelconque, celle-ci doit être dressée au tour ou à la lime, un polissage étant inutile. Le film *Lippmann* est énergiquement appliqué sur cette surface par un procédé qui peut être de fortune (couronne de plomb pressant le film par l'intermédiaire d'une feuille plane de bois, celluloïd ou aluminium).

La photographie 1, en vraie grandeur, est relative à une plaque d'aluminium dans laquelle ont été traçées des rainures de quelques dixièmes de millimètre de profondeur. Les parties claires correspondent aux creux, les photoélectrons étant en effet absorbés au cours de leur trajet dans l'air.

La photographie 2, en vraie grandeur, est relative à une plaque d'Al dans laquelle ont été sertis de petits disques de Pb, Fe et Cu. Sur le fond clair dû à Al (élément léger) apparaissent des cercles gris dus à Fe et à Cu, et des cercles très noirs dus à Pb. La densitométrie du cliché original accuse une différence très nette de noircissement entre Fe (n° atomique 26) et Cu (n° atomique 29), d'où une possibilité analytique que ne permet pas la microradiographie ordinaire, tout au moins sans l'emploi de rayons X purement monochromatiques.

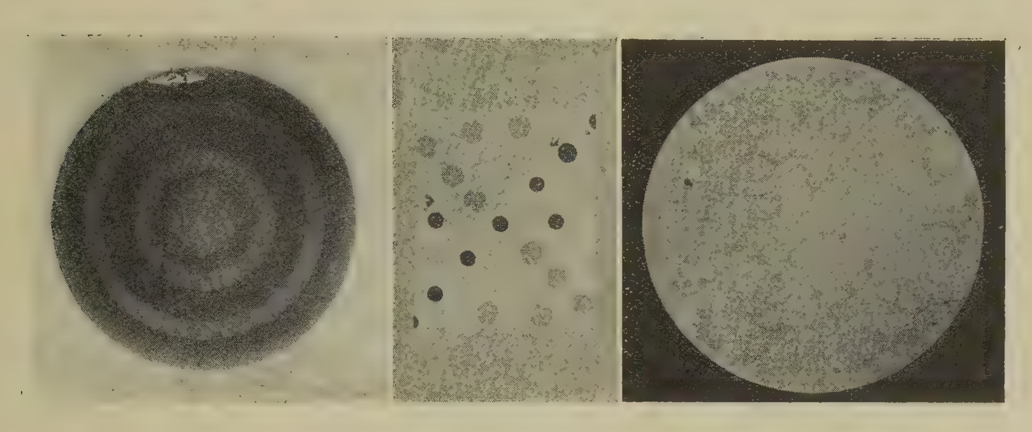
Chaque point d'un tel film peut être agrandi plusieurs centaines de fois, donnant ainsi, à côté de la macroradiographie, *autant de microradiographies que l'on désire*. Ainsi, en une seule opération, il devient possible d'obtenir simultanément des renseignements sur la structure grossière ou la structure fine de l'échantillon.

---

(1) Séance du 19 janvier 1942.

(2) *Comptes rendus*, **213**, 1941, p. 833.

Dans le cas où l'on n'envisage que l'étude macrographique (ségrégations, hétérogénéités etc.), il n'est pas besoin d'utiliser un film spécial; j'ai pu montrer en effet que l'on obtenait d'excellents résultats en disposant simplement, au contact de la surface, un papier photographique peu sensible aux rayons X, tel que le *Velox* Kodak. Toutes les manipulations peuvent se faire alors en lumière simplement atténuée, et les temps de pose sont considérablement réduits (la photographie 2 a été obtenue de cette façon,



Photographie 1. Photographie 2. Photographie 3.

avec une pose de trois minutes pour 180 kV, 4 mA, distance foyer-échantillon 40^{cm}).

Dans le deuxième cas (surface de faible étendue), il est nécessaire d'utiliser le film Lippmann, puisque le cliché devra obligatoirement être agrandi. Ce cas est celui où l'on cherche à examiner les différentes régions d'un objet terminé et non entièrement plan. Le mode d'application du film contre la surface doit alors être déterminé suivant la forme de l'échantillon.

La photographie 3 est relative à une microradiographie par réflexion d'un alliage MgAl contenant des éléments lourds dont du Mn (grossissement 130). Les parties claires correspondent à l'alliage MgAl, les parties foncées aux éléments lourds enrobant les cristaux. Ce premier exemple, bien qu'encore imparfait, montre les possibilités de ce nouveau procédé dans l'étude des alliages.

En résumé, cette méthode utilisant l'effet photoélectrique des rayons X peut être considérée comme intermédiaire entre la macro- et microradiographie d'une part, la macro- et la micrographie d'autre part. Par son principe même, elle donne des renseignements sur l'état surperficiel, et

de ce fait elle peut trouver d'importantes applications dans des cas tels que la corrosion, le contrôle des effets thermiques, l'étude de pigments chargés etc. Elle présente en outre l'avantage de ne pas nécessiter en général la destruction ou l'altération de l'objet examiné.

PHYSIQUE COSMIQUE. — *Quelques expériences relatives aux gerbes aériennes du rayonnement cosmique.* Note (1) de MM. **Serge Gorodetzky**, **Paul Chanson** et **Henri Denamur**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Selon la théorie des cascades, un électron ou photon ayant depuis sa naissance traversé une épaisseur suffisante de matière (soit de l'air), est accompagné d'un cortège d'électrons et de photons; il fait partie d'une gerbe. Les gerbes de l'air ont d'abord été étudiées par Bothe et Schmeiser (2); ces auteurs observaient des coïncidences entre compteurs G.M. placés dans un plan horizontal et séparés de quelques décimètres. On doit surtout à Auger (3) et ses collaborateurs d'avoir montré la grande extension horizontale de ces gerbes (jusqu'à 300 mètres) et d'avoir établi en outre un certain nombre de données expérimentales importantes.

Les gerbes aériennes représentent un phénomène peu fréquent et par conséquent d'expérimentation assez laborieuse. Le nombre des gerbes augmente très rapidement lorsque l'on s'élève au-dessus du niveau de la mer; on a intérêt en ce qui concerne la rapidité des mesures à opérer en altitude. La plus grande partie des expériences ci-après ont été réalisées à 2500^{m} au-dessus du niveau de la mer, au-dessus de Chamonix, non loin de la station terminale du Téléférique de l'Aiguille du Midi, au lieudit *les Glaciers*. Quelques expériences ont été faites à 1000^{m} d'altitude à l'Argentière-la-Bessée, près de Briançon. Les dispositifs suivants (4) (*fig.* 1, 2, 3, 4), ont d'abord été utilisés :

(1) Séance du 5 janvier 1942.

(2) *Physik. Z.*, 38, 1937, p. 964.

(3) Auger, Maze, Ehrenfest et Fréon, *J. de Ph.*, 10, 1939, p. 39; Auger, Ehrenfest Maze, Daudin, Robley et Fréon, *Rev. of Mod. Phys.*, 11, 1939, p. 288.

(4) Les appareils étaient placés sous une tente légère en toile. L'épaisseur de matière supplémentaire ainsi introduite est négligeable.

Dispositif 1. — 3 compteurs G. M. ([5]) en coïncidence parallèles, dans un plan horizontal, distance d entre 2 compteurs rapprochés $d = 0^m 20$. Aux Glaciers on obtient avec ce dispositif : $N_1 = 2,17 \pm 0,12$ impulsions en 10 minutes.

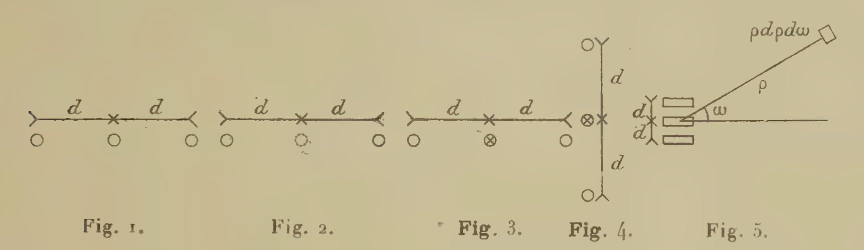


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4. Fig. 5.

Dispositif 2. — Comme pour 1, mais seuls les deux compteurs extrêmes sont branchés.

On trouve $N_2 = 3,6 \pm 0,5$ impulsions en 10 minutes.

Dispositif 3. — Dans ce dispositif le compteur du milieu est en anticoïncidence ([6]). Il y a impulsion si les deux compteurs extrêmes sont traversés, sans que le compteur du milieu le soit. On ne compte pas les rayons directs traversant les trois compteurs (ni les gerbes traversant les trois compteurs). On a ([6]) (coïncidences fortuites déduites) $N_3 = N_2 - N_1$, $N_3 = 1,4 \pm 0,6$ impulsion en 10 minutes.

Dispositif 4. — Le même que (*fig.* 3), mais vertical. L'intérêt de mettre le compteur du milieu en anticoïncidence dans la disposition verticale apparaît aussitôt; il permet de supprimer les rayons directs, les plus nombreux et de ne garder que des rayons de gerbes. On a $N_4 = 4,5 \pm 0,5$ impulsions en 10 minutes.

Alors que les directes + gerbes, mesurées en déconnectant le compteur du milieu, donnent $N'_4 = 72 \pm 4$ impulsions en 10 minutes, N_4 est nettement supérieur à N_3, ce qui est intéressant pour des mesures rapides de gerbes aériennes. Le fait que N_4 est plus grand que N_3 est dû à ce que les compteurs en coïncidence sont plus rapprochés angulairement ([7]) dans le dispositif 4 que dans 3. Un dispositif tel que 3, mais où $d = 6^{cm},8$, donne $n_3 = 3,1 \pm 0,4$ impulsions en 10 minutes.

De même un dispositif tel que 4 avec $d = 6^{cm},8$ donne $n_4 = 9,8 \pm 0,6$ impulsions en 10 minutes.

Si l'on veut interpréter les résultats obtenus, il faut se faire une image des gerbes aériennes. Une gerbe peut être caractérisée par la loi $\delta(\rho)$ de la densité δ des particules en fonction de la distance ρ à l'axe de la gerbe. On pourra, dans le cas le plus général, imaginer des gerbes plus ou moins étendues avec des lois $\delta(\rho)$ diverses. On sera conduit ainsi à des calculs

---

([5]) Les compteurs G. M. utilisés sont des compteurs Philips type Cosyns; longueur utile 34^{cm}, diamètre utile $3^{cm},2$, soit une surface utile de 109^{cm^2}.

([6]) S. Gorodetzky, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1987.

([7]) Le nombre des rayons de gerbes est une fonction rapidement décroissante de l'angle avec la verticale.

très compliqués. Pour montrer comment les calculs doivent être abordés, on va faire des hypothèses simplificatrices. On ne va considérer qu'un seul type de gerbes correspondant à une loi $\delta(\rho)$ déterminée. Soit n le nombre d'axes de gerbes par seconde et par centimètre carré. Soit Σ la surface utile d'un compteur. Le nombre d'impulsions dans trois compteurs en coïncidence (dispositif figure 1) est (*fig.* 5) :

$$(1) \qquad N_1 = n\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty}\left[1-e^{-\delta(\rho)\Sigma}\right]\left[1-e^{-\delta(|\vec{\rho}+\vec{d}|)\Sigma}\right]\left[1-e^{-\delta(|\vec{\rho}-\vec{d}|)\Sigma}\right]\rho\,d\rho\,d\omega.$$

De même (pour deux compteurs)

$$(2) \qquad N_2 = n\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty}\left[1-e^{-\delta(|\vec{\rho}+\vec{d}|)\Sigma}\right]\left[1-e^{-\delta(|\vec{\rho}-\vec{d}|)\Sigma}\right]\rho\,d\rho\,d\omega,$$

et le nombre d'impulsions dans un seul compteur sera

$$(3) \qquad N = 2\pi n\int_0^{\infty}\left[1-e^{-\delta(\rho)\Sigma}\right]\rho\,d\rho.$$

Les expressions de N_1 et N_2 donnent le nombre d'impulsions en fonction de la distance entre compteurs, les courbes de décohérence.

Si l'on considère des compteurs suffisamment rapprochés pour que δ soit sensiblement le même pour les différents compteurs, on a entre N, N_1, N_2 les relations suivantes : $N = K[1-e^{-\delta\Sigma}]$, $N_2 = K[1-e^{-\delta\Sigma}]^2$,

$$N_1 = K[1-e^{-\delta\Sigma}]^3.$$

Pour le dispositif de la figure 3, on a $N_3 = K[1-e^{-\delta\Sigma}]^2 e^{-\delta\Sigma}$.

K est une constante et δ une densité *moyenne* que l'on obtient expérimentalement et que les expressions des N, N_1, etc. devront donner.

On a $N_1/N_2 = 2{,}17/3{,}6 = 1-e^{-\delta\Sigma} = 0{,}70$, d'où $\delta = 110$ par mètre carré. On obtient ainsi une densité *moyenne* de près de 100 par mètre carré.

On remarque que, d'après les relations précédentes, on doit obtenir le même résultat en faisant $(N_2/N) = 1-e^{-\delta\Sigma}$.

N est le nombre d'impulsions dans un seul compteur *dues à des gerbes*. Ce que l'on mesure en fait est le nombre total d'impulsions dans un compteur : ce nombre est de l'ordre de 3500 en 10 minutes, les impulsions dues à la radioactivité ambiante ayant été déduites. On peut attribuer la moitié des impulsions à la composante dure (à l'altitude 2500^{m}). Il reste encore plus de 1700 électrons par 10 minutes. En divisant d'autre part $N_2 = 3{,}6$ par $(1-e^{-\delta\Sigma}) = N_1/N_2 = 0{,}70$, on obtient $N = 5$ électrons de gerbes sur

1700 électrons attaquant un compteur. La majorité des électrons qui traverse un compteur ne fait pas partie de gerbes suffisamment étendues et denses (dans le cas présent de plus de 40^{cm} d'envergure). On a la représentation suivante de la composante molle.

Quelques rares électrons, électrons de gerbes étendues et fournies, proviennent d'électrons ou photons, très énergiques et produits très haut dans l'atmosphère, peut-être même primaires.

La grande majorité des électrons ne fait pas partie de gerbes denses et étendues. On peut les interpréter comme provenant de secondaires de la composante dure (désintégration etc.).

DIFFUSION MOLÉCULAIRE. — *Étude par effet Raman d'un complexe molybdomalique.* Note [1] de M[lle] **Marie Théodoresco**, présentée par M. Aimé Cotton.

E. Darmois [2] a cherché *l'explication* des résultats obtenus autrefois (1887-1891) par Gernez touchant l'action que le molybdate neutre de sodium exerce sur l'acide malique. Le pouvoir rotatoire de ce dernier corps, une fois alcool et deux fois acide, est considérablement modifié. E. Darmois est arrivé à isoler et à faire cristalliser deux séries de complexes. Il sera question dans cette Note de l'une des séries. Pour la préparation, nous avons suivi la méthode indiquée par G. Enouf [3].

Spectre Raman de l'acide malique, $COOH-CHOH-CH^2-COOH$, que nous écrivons MH^2. — Le fond continu rend le repérage un peu imprécis. Comme on devait s'y attendre, le spectre Raman de l'acide malique rappelle celui de l'acide tartrique [4] qui possède une fonction alcool de plus. Conformément aux conclusions que tirent Manneback et ses collaborateurs de leur théorie, la présence du groupe CH^2 fait apparaître une bande relativement intense aux environs de 1400 cm^{-1}. La bande du groupe carboxyle, $C=O$, est nette malgré le fond continu et son maximum correspond à la fréquence 1720 cm^{-1} extrêmement voisine de la fréquence 1725 cm^{-1} observée avec l'acide tartrique. Voici des valeurs approchées des fré-

---

(1) Séance du 19 janvier 1942.

(2) *J. de Physique*, 4, 1923, p. 49; 179, 1924, p. 629; 182, 1926, p. 455; *Bull. Soc. Chim.*, 39, 1926, p. 621 et 723.

(3) *Diplôme d'études supérieures*, Faculté des Sciences de Paris, 1937.

(4) M[lle] M. Théodoresco, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1676.

quences Raman de l'acide malique : 334, 460, 521, 611, 652, 684, 750, 836, 857 ?, 955, 1066, 1113, 1227 ?, 1283, 1335, 1355, 1403, 1416, 1621, 1679, 1720 cm^{-1} environ.

Spectre Raman du complexe dimolybdomalate d'ammonium, que nous écrivons $4MoO^3$, $2M.(NH^4)$, $5H^2O$. — Les solutions et les cristaux bleuissent rapidement sous l'effet des radiations, phénomène observé également avec l'acide molybdique soluble (4).

a. Solutions aqueuses. — 1° On y retrouve le spectre de l'acide molybdique soluble ou acide métamolybdique (5). *Le paquet caractéristique de raies y est au complet.* Nous dirons dès aujourd'hui qu'il n'en est pas de même pour les autres complexes molybdomaliques. Les fréquences qui forment ce paquet sont 943 cm^{-1} (symétrique, polarisée), 901, 853 cm^{-1}. Cette troisième fréquence est absente sur les spectres des autres complexes molybdomaliques ainsi que sur ceux des paramolybdates en solutions aqueuses (6). On retrouve aussi les deux basses fréquences caractéristiques également du groupe MoO^3 211 et 370 cm^{-1}, ainsi que les fréquences 293 et 431 cm^{-1} (bandes faibles).

2° Le spectre de l'acide malique se présente avec quelques modifications. Une des variations les plus frappantes est le changement de fréquence des oscillations du groupe carboxyle, C = O de l'acide. Quand on passe de l'acide au complexe, les intervalles de fréquences respectives 1621-1720 cm^{-1} environ pour l'acide et 1570-1670 cm^{-1} environ pour le complexe sont à peu près les mêmes. Il y aurait donc recul de la bande due aux oscillations CO à cause d'une modification de structure du groupe —COO—. Asymétrique dans l'acide, la structure de ce groupe deviendrait symétrique dans le complexe. Il nous semble qu'elle passe de la forme

—C(=O)\ à la forme —C(⋰O⋱)(⋱O⋰) reliée au groupe $4MoO^3$.

Chaque O échangerait trois électrons de valence avec C (une valence et demie) et un électron de valence avec le groupement minéral $4MoO^3$ (une demi-valence). Le groupe —COO—, en chimie organique, a été l'objet d'une discussion entre I. Peychès (7), C. Sannié et V. Porenski (8).

Spectre Raman des cristaux. — A part le paquet caractéristique du

(5) Mlle M. Théodoresco, *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 531.
(6) Mlle M. Théodoresco, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 753.
(7) *Bull. Soc. Chem.*, 5e série, 2, 1935, pp. 2195-2209.
(8) *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 4, 1937, pp. 212, 880.

groupe MoO^3, le reste du spectre ne peut être repéré. La raie symétrique, polarisée, 941 cm^{-1} semble accompagnée non pas d'une bande, mais de deux raies fines : 909 et 882 cm^{-1} environ. L'individu MoO^3 subirait donc quelques modifications lorsque le complexe passe de l'état cristallin à l'état de solutions aqueuses. Il y a encore la fréquence 853 cm^{-1} qui semble caractéristique du groupe tétra ou métamolybdique.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage de l'atropine et de l'hyosciamine à l'état de silicotungstates.* Note de M. **Lucien Vallery**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

L'étude de la précipitation, à l'état de silicotungstates, de l'atropine et de l'hyosciamine nous a fourni les résultats ci-après :

En nous astreignant à un mode opératoire rigoureux, tant au point de vue des lavages qu'au point de vue de la précipitation, nous avons établi que le poids y d'acide silicotungstique anhydre, obtenu après calcination, est lié au poids x d'alcaloïde mis en expérience (atropine ou hyosciamine) par la relation

$$y = \frac{2844}{289 \times 4}(x - s) - F_{s,\theta}(x),$$

dans laquelle 2844 est le poids moléculaire de l'acide silicotungstique anhydre, 289 celui de l'atropine, ainsi que de l'hyosciamine, s le poids d'alcaloïde non précipité par suite d'une part de la réversibilité de la réaction en cause, d'autre part de la solubilité des silicotungstates envisagés.

Quant au terme $F_{s,\theta}(x)$, il représente la correction nécessitée par deux autres erreurs systématiques, la première positive, due à une légère surchage du précipité par adsorption d'une faible quantité de l'acide silicotungstique en excès, la deuxième négative, provenant de la dissolution par la liqueur de lavage d'une fraction assez importante du précipité.

Ces deux grandeurs S et $F_{s,\theta}(x)$, si le mode opératoire S (précipitation et lavages) demeure constant, peuvent être considérées comme ne dépendant que de la quantité x d'alcaloïde mise en expérience et de la température finale θ de la liqueur mère, c'est-à-dire pratiquement de la température du laboratoire (la précipitation étant effectuée à l'ébullition).

De l'expression ci-dessus découlent les conclusions suivantes :

1° La formule des silicotungstates d'atropine et d'hyosciamine est identique à la formule générale des silicotungstates d'alcaloïdes établie par

M. Gabriel Bertrand, selon laquelle une molécule d'acide silicotungstique précipite quatre molécules d'alcaloïde monobasique.

2° La courbe représentative de y, de même que la valeur de s étant établies expérimentalement pour une température donnée θ, il est facile de construire, par différence, la courbe représentative du terme correctif $F_{s,\theta}(x)$.

Les poids d'alcaloïde étant portés en abscisses et les poids d'acide silicotungstique en ordonnées, la courbe y est constituée initialement par une partie curviligne à concavité tournée du côté de l'axe des ordonnées, prolongée par une partie rectiligne. Quant à la courbe $F_{s,\theta}(x)$, elle a sa concavité tournée du côté de l'axe des abscisses et possède naturellement une asymptote correspondant à la partie rectiligne de y. L'allure de cette courbe est tout à fait conforme à la signification donnée précédemment du terme correctif $F_{s,\theta}(x)$.

3° En incluant le premier terme soustractif $-2,46\,s$ dans le deuxième et ne considérant que la partie rectiligne de la fonction y, celle-ci est représentée par l'équation linéaire

$$y = 2,46\,x - K_{s,\theta}.$$

Telle est l'expression simplifiée qui doit permettre l'application, sans difficulté particulière, au dosage de l'atropine et de l'hyosciamine, de leur précipitation à l'état de silicotungstates, à la seule condition, qu'aux températures du laboratoire pratiquement les plus élevées, par conséquent les plus défavorables puisque la constante $K_{s,\theta}$ croît avec la température, la partie rectiligne de y corresponde, quant à son origine, à une valeur suffisamment faible de x.

C'est ce que l'expérience vérifie. En ayant le soin d'établir pour chaque détermination la valeur de la constante $K_{s,\theta}$ au moyen d'un essai témoin conduit parallèlement et effectué avec un poids connu d'alcaloïde ou de sel d'alcaloïde pur, cette méthode de dosage est susceptible, pour les quantités d'alcaloïde supérieure à 16-17^{mg} (correspondant aux températures ci-dessus indiquées), de donner une approximation de 1 à 3 %.

Pour les quantités inférieures on pourra, ou bien opérer par diaphanométrie au moyen d'une échelle de témoins judicieusement choisis, ou bien additionner la prise d'essai d'un poids connu d'alcaloïde pur de façon à pouvoir utiliser l'expression linéaire précédente.

Terminons en signalant que l'application du même mode opératoire au dosage de l'aconitine nous a permis d'établir l'expression suivante, où

les lettres ont la même signification que précédemment et où le nombre 645,4 représente le poids moléculaire de l'aconitine,

$$y = \frac{2844}{645,4 \times 4} x - K_{s,\theta},$$

la constante $K_{s,\theta}$ étant ici beaucoup plus faible, pour une même valeur θ de la température que dans le cas de l'atropine et de l'hyosciamine.

Cette relation implique que la formule générale des silicotungstates d'alcaloïdes s'applique encore au silicotungstate d'acotinine, contrairement à ce que pourrait faire supposer le coefficient de multiplication empirique figurant dans la Pharmacopée française.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Oxydation catalytique de composés benzéniques par les phtalocyanines.* Note de M. **Charles Paquot**, présentée par M. Marcel Delépine.

J'ai déjà montré ([1]) que les phtalocyanines, et plus particulièrement la phtalocyanine de nickel, permettaient de catalyser l'oxydation par l'oxygène de carbures éthyléniques, et que l'attaque avait principalement lieu sur le carbone situé en α de la double liaison et du côté où celle-ci est disubstituée. La double liaison a pour effet d'activer ce carbone et de permettre son oxydation. Il est intéressant de voir si le noyau benzénique produit une activation analogue.

Les résultats sont les suivants, la technique employée étant identique à celle déjà décrite ([1]).

Oxydation de l'éthylbenzène $C^6H^5CH^2CH^3$. — Avec 0,75 % de phtalocyanine de Ni, l'éthylbenzène s'oxyde très nettement, et après 240 heures de chauffage à 125° on obtient :

Éthylbenzène non touché	70 %
Acétophénone $C^6H^5COCH^3$	18
Acide benzoïque $C^6H^5CO^2H$	2

soit, à partir du carbure effectivement disparu,

Acétophénone	60 %
Acide benzoïque	7

([1]) *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 171; *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 8, 1941, p. 695.

L'acétophénone a été caractérisée par son point d'ébullition et sa semicarbazone, l'acide benzoïque par son point de fusion.

Il y a donc eu attaque du CH^2 situé en α du cycle benzénique avec formation de la fonction cétone. L'acide benzoïque formé provient d'une oxydation plus énergique avec raccourcissement de la chaîne latérale.

Si l'on essaye d'oxyder l'éthylbenzène à une température inférieure, les rendements sont beaucoup plus faibles. Ainsi pour une oxydation durant 300 heures à 100°, on n'obtient que 4 % d'acétophénone.

Oxydation du toluène $C^6H^5CH^3$. — Par suite de son point d'ébullition plus bas, je n'ai pu oxyder le toluène qu'à 100°, ce qui, comparé à l'exemple précédent, explique les faibles rendements obtenus.

Avec 0,5 % de phtalocyanine de Ni et pour une oxydation durant 240 heures à 100°, j'ai obtenu :

Toluène non attaqué	94 %
Aldéhyde benzoïque C^6H^5CHO	3
Acide benzoïque $C^6H^5CO^2H$	3

Le carbone voisin du noyau benzénique a donc été oxydé avec formation d'aldéhyde, et cet aldéhyde benzoïque a pu ensuite s'oxyder en acide, phénomène connu.

Oxydation du diphénylméthane $(C^6H^5)^2CH^2$. — Pour une oxydation à 100° avec 0,5 % de catalyseur, j'ai obtenu :

Diphénylméthane non attaqué	70 %
Benzophénone $(C^6H^5)^2CO$	22

soit, à partir du carbure effectivement entré en réaction,

Benzophénone	73 %

La présence du deuxième noyau benzénique a donc renforcé l'activation du CH^2 et a permis une oxydation très notable à la température de 100°, ce qui montre bien que le radical C^6H^5 active le C voisin pour ce qui est de son oxydation.

Oxydation de l'alcool benzylique $C^6H^5.CH^2OH$. — Une oxydation durant 130 heures à 110° a donné :

Alcool benzylique non attaqué	72 %
Aldéhyde benzoïque C^6H^5CHO	12
Acide benzoïque $C^6H^5CO^2H$	6

Ici encore le C voisin du cycle benzénique a été oxydé en donnant un

mélange d'aldéhyde et d'acide benzoïques. L'oxydation a donc porté sur la fonction alcool.

Oxydation de l'alcool phényléthylique $C^6H^5CH^2CH^2OH$. — Il était intéressant d'oxyder un tel corps afin de voir si l'oxydation porterait sur le CH^2 ou sur la fonction alcool. Pour une oxydation durant 200 heures à 120° avec 0,5 % de catalyseur, les résultats sont les suivants :

Alcool phényléthylique non touché	60 %
Benzoylcarbinol $C^6H^5COCH^2OH$	10
Aldéhyde benzoïque C^6H^5CHO	2
Acide benzoïque $C^6H^5CO^2H$	8

L'oxydation a donc porté sur le CH^2 situé en α du noyau pour donner une cétone, mais n'a pas porté sur la fonction alcool située en β; en outre, il y a eu dégradation de la molécule avec formation d'aldéhyde et d'acide benzoïques.

Conclusion. — Un noyau benzénique active le C situé en α de ce cycle et permet, dans les cas étudiés, le remplacement de 2H portés par ce C par un oxygène cétonique. Il peut y avoir en outre oxydation plus prononcée avec raccourcissement de la chaîne latérale pour donner l'aldéhyde puis l'acide benzoïques.

L'activation due au noyau benzénique est donc pour ces corps non éthyléniques analogue à celle produite par une double liaison.

Des expériences sont actuellement en cours afin d'étudier si une proportion plus forte de catalyseur permettra de réaliser de telles oxydations avec un rendement meilleur ou une vitesse de réaction plus grande, c'est-à-dire une durée d'oxydation plus faible.

GÉOLOGIE. — *Présence de* Nummulites irregularis *dans l'Éocène d'Égypte.*

Note de M. **Jean Cuvillier**, présentée par M. Charles Jacob.

Parmi des matériaux ramenés d'Égypte, j'ai récemment trouvé quelques représentants de *Nummulites irregularis* (B) Deshayes. Cette espèce n'a été jusqu'à présent signalée qu'une seule fois dans le Nummulitique égyptien ; encore n'en avions-nous reconnu, L. Doncieux et moi [1], dans un bloc de calcaire provenant des environs du Gebel Doukhan, que la forme à grande

[1] *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1873.

loge initiale; aucun individu à microsphère de la même espèce n'y avait été identifié avec certitude en sa compagnie.

Une première série de Nummulites récoltées par Farag Eff. au Sinaï, à proximité de la frontière de Palestine et vers le Nord, près d'Aïn el Goderat, m'a fourni, avec *Nummulites atacicus* Leym., *Nummulites globulus* Leym., quelques *N. irregularis*, dont la taille est comprise entre 15 et 25^{mm}, ainsi que *N. subirregularis* De la Harpe.

Du Sinaï encore, et probablement de la région du Gebel Aheigba, proviennent plusieurs *N. irregularis*, dont le diamètre ne dépasse guère 20^{mm} pour une épaisseur de 3 à 4^{mm}.

Dans les couches terminales du Gebel Hammam Faraoun, situé au Sud-Ouest de la péninsule, au Nord d'Abou Zénima, j'ai rencontré cette même Nummulite avec une forme plus petite, voisine de *N. Heeri* De la Harpe, dans un calcaire contenant aussi des Operculines.

Enfin, d'une quatrième localité, malheureusement inconnue, proviennent des blocs d'un calcaire qui en est littéralement pétri. Ils forment d'anciennes dalles dans la cour du monastère copte d'Amba Chnouda, à l'Ouest de Sohag, où M. Barthelemy les a prélevées à mon intention. Le gisement de cette roche ne doit pas être très éloigné. Avec les nombreuses *N. irregularis*, le calcaire en question renferme quelques *N. subirregularis* et de rares *N. atacicus*.

L'examen attentif des échantillons de *N. irregularis*, ramassés près de Sohag et même au Sinaï, m'a conduit à les identifier avec les grandes Nummulites rapportées du Gebel Doukhan par G. Andrew, et que L. Doncieux et moi [1] avions attribuées à *N. gizehensis* Forsk., avec la réserve de leur ressemblance, à bien des égards, avec d'authentiques *N. irregularis*. Nous avions même suggéré que l'on était peut-être en présence d'une véritable forme de passage de *N. irregularis* à *N. gizehensis*. Cette hypothèse me paraît confirmée par l'étude d'un plus grand nombre d'individus provenant, cette fois, de diverses localités; mais il me semble que les particularités de l'espèce *irregularis* prédominent encore sur les caractères de *N. gizehensis*. Dans presque tous les cas, ces Nummulites montrent des complications de leurs filets, partout méandriformes, passablement contournés et plus ou moins tourbillonnants, un bord souvent ondulé et plutôt anguleux; les sections équatoriales soulignent fréquemment l'épaisseur de la lame spirale, son irrégularité, une spire relativement lâche, des loges plus hautes que larges, séparées par des cloisons assez inclinées en arrière, mais, en général, sans étirement vers leur extrémité. Je retiens, d'autre part, pour significative, dans plusieurs des gisements à *N. irregularis*, la présence de sa compagne mégasphérique aux caractères bien définis, ainsi que l'absence générale de *N. curvispira* Sav. et Menegh, presque toujours associée à *N. gizehensis*.

L'association des Foraminifères dans la roche du Gebel Doukhan en situait le niveau à la base de l'Éocène moyen; tel doit être aussi l'âge des gisements à *N. irregularis* du Sinaï et du calcaire d'Amba Chnouda, dont il sera fort intéressant de retrouver l'origine. Mais il n'est plus question de séparer en Égypte deux horizons à *N. gizehensis*, selon l'hypothèse formulée dans la Note citée plus haut.

GÉOLOGIE DYNAMIQUE. — *Sur l'origine des plissements.* Note de M. **Pierre Despujols**, présentée par M. Charles Jacob.

On peut expliquer très simplement la formation des chaînes de montagnes, en admettant que l'écorce terrestre se comporte comme un solide élastique reposant sur un substratum fluide; ou, s'il y a passage progressif d'un milieu à l'autre, que l'épaisseur de la zone intermédiaire est assez faible pour que l'allure générale des phénomènes ne soit pas troublée. Nous entendons ici par fluide un corps transmettant les pressions, au repos, suivant le principe de Pascal.

Nous verrons plus loin que, dans cette hypothèse, l'écorce, après une phase de plissement, doit entrer progressivement en tension. Si une fissure s'amorce alors en un point, elle s'étend dans les deux sens, traverse l'écorce et en permet la contraction.

Considérons, pour fixer les idées, un fuseau compris entre deux fissures méridiennes. Nous pourrions tout aussi bien considérer une fissure unique, comme la fente des paupières, ou une fissure fermée de forme quelconque.

Le fluide interne, qui envahit une fissure à la faveur de la contraction, exerce sur les parois une pression hydrostatique, dont la résultante, pour une épaisseur égale à l'épaisseur maximum des strates prises dans un même plissement, soit 15^{km}, et pour des densités de 2,7 (écorce) et 3 (fluide), est de 2730000 tonnes pour une tranche verticale de 1^{cm} de largeur. Cette résultante est appliquée au tiers de la hauteur immergée, c'est-à-dire 4500^m au-dessus de la face inférieure de la croûte.

Or tous les calculs que nous avons faits sur les réactions élastiques des terrains montrent que ces réactions tendent à s'uniformiser, de sorte que, sur la section déterminée dans le fuseau par le plan bissecteur, la pression, au lieu d'être répartie comme aux bords, est sensiblement constante et égale à

$$\frac{273.10^{10}}{15.10^{5}} = 1820 \text{kg/cm}^2.$$

La pression doit être même plus élevée en surface qu'en profondeur, car, sous l'influence de la poussée du fluide le long des fissures, le fuseau se soulève légèrement, et, sous l'action du poids ainsi libéré, tend à se comprimer à l'extrados; il se peut toutefois qu'en raison de la position du point d'application de la poussée, l'extrados soit mis en tension près des bords.

Un élément de roche pris dans la masse de la croûte doit aisément supporter la pression calculée ci-dessus. Mais il en est autrement à la surface, où les conditions de résistance rappellent celles d'une éprouvette soumise à la compression; il y a donc déformation permanente ou rupture de la couche superficielle.

La déformation permanente ou la rupture diminue la résistance de cette couche et augmente d'autant l'effort demandé aux couches intactes. Le phénomène s'étend par conséquent de haut en bas, et la croûte élastique est atteinte dans toute son épaisseur; il s'étend en outre de part et d'autre du plan initial jusqu'à ce que la surépaisseur donne en tout point une résistance suffisante.

Les deux lèvres de l'une au moins des fissures s'écartent, laissant affleurer le magma et donnant au géologue l'impression de la dérive du fuseau. Puis le magma se contracte en se refroidissant, l'écorce se remet en tension et le cycle recommence.

Le plissement peut affecter soit la croûte scorifiée, soit le magma solidifié constituant le fond des mers. Enfin, comme l'écorce flotte sur le magma, le travail des forces de poussée est entièrement consacré à la déformation et à la rupture.

Ajoutons que, si, comme sur la Lune, la pesanteur n'était qu'une faible fraction de la pesanteur réelle, la pression serait réduite en proportion, et qu'il n'y aurait par suite ni rupture, ni plissement.

HYDROLOGIE. — *Exemples de sources artésiennes à la limite des terrains perméables et de leur couverture imperméable.* Note de M. **Albert Robaux**, présentée par M. Charles Jacob.

J'ai indiqué (¹) comment des sources pouvaient apparaître, lorsqu'une nappe aquifère, mise en pression dans une couche perméable, commence à s'engager sous un terrain imperméable.

(¹) *Comptes rendus*, 213, 1941, p. 444.

Plusieurs auteurs ont déjà signalé de telles sources, mais sans attacher d'importance, ni à la particularité de leur apparition, ni à la généralité du phénomène.

Je voudrais ici en indiquer de nouveaux exemples et en souligner les conséquences pratiques.

En France, ces sources abondent de la périphérie des grands bassins géologiques et en bordure des chaînes de montagnes. Outre les venues de ce type déjà citées dans la bordure Sud-Est du bassin de Paris et dans le bassin de l'Aquitaine, j'en ai vu de part et d'autre du seuil du Poitou, dans les vallées du Nord des Pyrénées, en Bourgogne et à la périphérie du Jura. Dans tous ces cas, les vallées sont conséquentes, c'est-à-dire descendent avec le pendage des couches.

Au Maroc, chaque chaîne de montagne d'allure anticlinale réalise la structure nécessaire. Sur la bordure Nord-Ouest du Moyen-Atlas, on peut citer les très abondantes sources du Saïs, au contact des calcaires jurassiques et des marno-calcaires miocènes. A l'Est, les sources de Taza apparaissent à la limite du Miocène et du Jurassique moyen calcaire. Ici encore, les vallées sont conséquentes.

Dans le flanc Nord du vaste anticlinal Haut-Atlasique, à Chichaoua, le contact Jurassique-Crétacé donne de grosses sources tièdes dont le débouché est favorisé par un réseau de fractures. Symétriquement, sur le flanc Sud de la chaîne, la source artésienne et tiède d'Ameskoud émerge, à la limite des calcaires du Jurassique recouverts par les dépôts imperméables de la plaine du Sous. Vers l'Est (région de Ksar es Souk), j'ai visité quelques sources semblables dans les vallées principales, mais les oueds étant très riches en alluvions, l'eau n'apparaît que rarement en surface : elle enrichit généralement les nappes alluviales.

L'Anti-Atlas et le Sagho, magnifiques anticlinaux, donnent également des sources artésiennes au Nord et au Sud de la chaîne, spécialement au moment où les deux séries calcaires du Géorgien disparaissent sous les schistes géorgiens ou acadiens, ou sous les revêtements récents. On peut, au Nord, citer les sources de Talaïnt et de Tiout; au Sud, celles d'Icho, Hamdour, Akka-Irène, Abeino. Parfois l'émergence se produit en aval du contact, au hasard d'une érosion (Bou-Izakarène, Tagant), ou se joint à l'underflow. C'est le cas des eaux qui passent dans les foums du Aani et qui proviennent en grande partie de l'alimentation des différentes « feijas » par les calcaires du Géorgien, avec abouchements directs, entre la nappe du Géorgien et la nappe des Feijas (²).

Les travaux ont déjà recherché avec succès ces différentes eaux et certaines palmeraies du Sud Marocain leur doivent leur prospérité.

Outre ces exemples marocains, et les cas similaires connus en Algérie, il en est d'intéressants en Tunisie. Avec MM. J. Flandrin et G. Choubert, j'ai eu l'occasion d'y retrouver le même type de sources dans les mêmes dispositifs géologiques avec, au surplus, cette particularité que les *vallées descendent en sens contraire du pendage*

(²) Cf. G. CHOUBERT, *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 1092.

des couches. Ce sont les sources de Ras el Aïn, de la vallée de Foum Tatahouine, de l'Aïn Dekouk etc. Il s'agit ici du contact des calcaires du Kimméridgien avec le Crétacé inférieur marno-calcaire ou le Quaternaire.

Ainsi l'apparition de telles sources est-elle un phénomène très général et fertile en applications pratiques. Tant dans les cas d'émergences visibles que dans ceux, où, cachées par les alluvions, elles enrichissent anormalement les débits d'underflow des vallées, *les sources de ce type sont l'indice de nappes plus profondes bien alimentées où l'on peut tenter des sondages, presque à coup sûr*.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Couleur et brillance du ciel nocturne*. Note de M. **Yves Le Grand**, présentée par M. Charles Fabry.

Comme aboutissement d'une importante étude photoélectrique de la lumière du ciel nocturne, M. Raymond Grandmontagne a publié (1) des mesures de répartition de l'énergie dans le spectre de cette lumière. En représentant au mieux ses résultats par une courbe régulière, on obtient les valeurs suivantes, en unités arbitraires, pour l'énergie E rayonnée dans des intervalles égaux en longueurs d'onde :

λ.	E.	λ.	E.	λ.	E.	λ.	E.	λ.	E.
μ		μ		μ		μ		μ	
0,4 à 0,5.	0,2	0,55..	1,8	0,60..	10,2	0,65..	11,4	0,70..	6,4
0,51.....	0,3	0,56..	2,4	0,61..	11,0	0,66..	10,6	0,71..	6,5
0,52.....	0,5	0,57..	3,3	0,62..	11,7	0,67..	9,6	0,72..	7,2
0,53.....	0,8	0,58..	6,0	0,63..	11,9	0,68..	8,2	0,73..	11
0,54.....	1,3	0,59..	8,8	0,64..	11,9	0,69..	6,8	0,74..	22

A partir de cette brillance spectrale énergétique, on peut calculer les coefficients trichromatiques qui définissent cette lumière du point de vue de la colorimétrie. On obtient

$$x = 0{,}598, \qquad y = 0{,}383.$$

C'est une lumière de longueur d'onde dominante $597^{m\mu}$ et de pureté 0,95, soit un *orangé* très saturé. Si la notion de couleur subsistait aux faibles brillances, on verrait le ciel nocturne avec une teinte plutôt jaune que rouge, assez voisine de la lumière du sodium, et de température de couleur basse (environ 1400° absolus).

(1) *Cahiers de Physique*, 3, 1941, p. 39; *Annales de Physique*, 16, 1941, p. 253.

D'autre part M. Grandmontagne donne comme valeurs moyennes de la brillance du ciel nocturne $12,4.10^{-8}$ b/cm² en 1937 et $10,7.10^{-8}$ en 1938. Il s'agit là de brillances théoriques, calculées à partir d'étalons photométriques mesurés au laboratoire, à des niveaux élevés et dans un état d'adaptation diurne de l'œil. Or on sait que l'effet Purkinje déplace la courbe de visibilité de l'œil quand celui-ci s'adapte à de faibles lumières; dans ces conditions la notion de brillance visuelle perd toute signification à moins de la préciser par des conventions nettes.

Par exemple, si la source observée possède une brillance spectrale énergétique E, on pourra définir la brillance visuelle *diurne* par l'équation

$$B = K \int EV\, d\lambda,$$

V étant une fonction bien connue de la longueur d'onde λ (courbe de visibilité standard) et K un facteur dépendant des unités. De même on définira la brillance visuelle *nocturne* applicable aux faibles niveaux par l'équation identique

$$B' = K' \int EV'\, d\lambda,$$

V′ étant la courbe de visibilité nocturne, déterminée en particulier par Weaver (²). Enfin la relation entre les facteurs K et K′ sera fixée par une convention supplémentaire : pour un certain étalon de lumière blanche, c'est-à-dire pour une certaine fonction E, les deux brillances coïncideront numériquement, $B = B'$.

Nous avons calculé le rapport K'/K pour diverses lumières blanches étalons (³), en particulier pour le corps noir à des températures variables et pour les sources colorimétriques A, B et C. Supposons que l'on choisisse comme étalon la lumière C, facile à reproduire et voisine de la lumière du jour moyenne. Dans ce cas on trouve

$$\frac{K'}{K} = 1,10.$$

Si maintenant nous regardons une source autre que la source étalon, B et B′ différeront numériquement, chacune de ces brillances n'ayant de

---

(²) *J. of Opt. Soc.*, 27, 1937, p. 36.
(³) Y. Le Grand et E. Geblewicz, *Année psychologique*, 38, 1937, p. 1.

sens physique que dans certains intervalles de niveaux et d'états d'adaptation.

La brillance calculée par M. Grandmontagne est la brillance diurne B, tandis que la brillance visuelle ayant un sens physique quand on regarde le ciel nocturne est la brillance B′. La relation entre ces brillances peut s'écrire

$$B' = B\,\frac{K'}{K}\,\frac{\int E V' \,d\lambda}{\int E V \,d\lambda}.$$

En remplaçant dans cette expression E par les valeurs données plus haut pour la brillance spectrale énergétique du ciel nocturne et K′/K par 1,10, on trouve

$$B' = 0{,}204\,B,$$

d'où, en donnant à B les valeurs calculées par M. Grandmontagne,

$$B' = 2{,}53.10^{-8}\ b/\mathrm{cm}^2 \text{ en } 1937 \qquad \text{et} \qquad B' = 2{,}18.10^{-8}\ b/\mathrm{cm}^2 \text{ en } 1938.$$

On retrouve l'ordre de grandeur des brillances déterminées par photométrie visuelle.

ZOOLOGIE. — *Sur un Épicaride nouveau;* Cabirops Perezi *n. sp., hyperparasite sur un Épicaride du Pagure* Clibanarius misanthropus. Note de M. **Jacques Carayon**, présentée par M. Charles Pérez.

Clibanarius misanthropus (Risso) est un Pagure littoral commun dans toute la Méditerranée occidentale ainsi que sur les côtes atlantiques d'Espagne et de France. Il est attaqué par diverses espèces de Crustacés parasites, parmi lesquelles *Pseudione Fraissei*, Épicaride branchial du groupe des *Bopyrinæ*, qui fut découvert par Fraisse aux Iles Baléares, puis nommé, sans description, par Kossmann en 1886 [1]. Après des recherches infructueuses de Giard et Bonnier, ce parasite fut retrouvé en France en 1912 par M. Ch. Pérez sur des *Clibanarius misanthropus* de la côte provençale [2]. En 1940, je l'ai rencontré sur ce même hôte à Arcachon, où il est relativement fréquent, car il se trouve sur 1 à 2 % des Pagures examinés. Cet Épicaride est très voisin de *Pseudione Hyndmanni* (Bate et Westwood), parasite d'*Eupagurus bernhardus* (L.), mais s'en distingue par des caractères tels que l'absence de palpes digitiformes aux maxillipèdes et la présence de tubercules épineux sur les lames secondaires de la lame céphalique postérieure chez les femelles adultes.

---

(1) Kossmann in Rodriguez, *Hist. nat. las Baleares; Zoologia;* Mahon, 1886.

(2) Ch. Pérez, *Titres et Travaux scientifiques*, II, 1935, p. 233.

Parmi les exemplaires de *Pseudione Fraissei* recueillis à Arcachon en juillet 1940, se trouvait une femelle portant, accroché à la face interne de ses oostégites postérieurs, un Cryptoniscien se rattachant nettement d'après l'ensemble de ses caractères au groupe des *Cryptoniscinæ* et non à celui des *Bopyrinæ;* il ne pouvait donc s'agir d'une larve cryptoniscienne de *Pseudione Fraissei*, mais probablement du Cryptoniscien d'un Épicaride parasite de celui-ci. Les recherches ultérieures m'ont permis de vérifier cette hypothèse par la découverte effective de la femelle adulte. J'ai recueilli par la suite une seconde femelle plus jeune, puis une autre, morte et très altérée, soit au total et, compte tenu du Cryptoniscien, 4 exemplaires pour 250 individus de *Pseudione Fraissei* examinés à Arcachon en 1940 et 1941.

Les Épicarides parasites d'Épicarides, formes extrêmement rares, ne sont connues jusqu'ici que par deux exemplaires de femelles adultes appartenant chacun à un genre différent : l'un, recueilli sur un Bopyrien indéterminé des Iles Philippines, fut décrit par Kossmann en 1872 ([3]) et nommé *Cabirops lernæodiscoides;* l'autre fut trouvé à Concarneau par Giard et Bonnier sur *Podascon haploopis* G. et B. Épicaride du groupe des *Cryptoniscinæ*; ils le nommèrent *Gnomoniscus podasconis* ([4]). Les femelles adultes que j'ai recueillies, bien différentes du *Gnomoniscus,* sont par contre très voisines du *Cabirops* et appartiennent certainement à ce genre. Mais, indépendamment de la différence d'hôtes presque évidente, la forme que j'ai rencontrée présente quelques particularités manifestes, comme l'absence de péréiopodes rudimentaires. La création d'une espèce nouvelle me semble donc justifiée; je prie M. Charles Pérez de vouloir bien en accepter la dédicace.

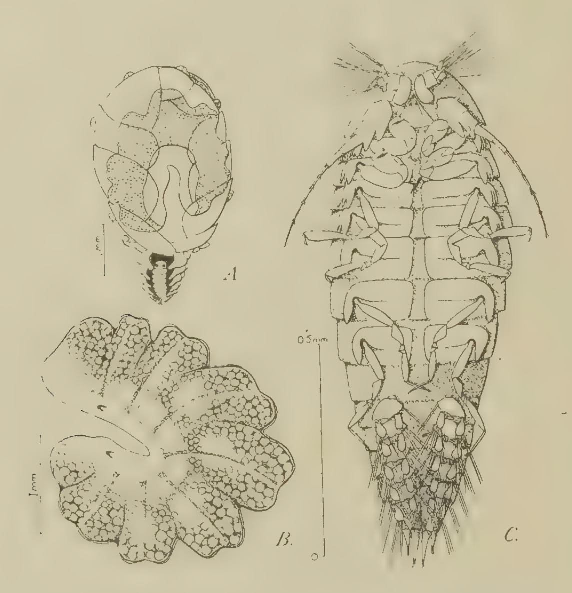
Cabirops Perezi, n. sp., parasite de *Pseudione Fraissei,* lui-même parasite de *Clibanarius misanthropus.* Femelle.

Au stade le plus avancé que j'aie rencontré, elle se présente (*fig.* B) comme une masse fortement arquée, aplatie latéralement, longue de $4^{mm},5$ et large de $1^{mm},25$; vivante, elle avait une couleur ocre jaune due à des œufs sphériques, de 90 à 100^{μ} de diamètre, dont elle était bourrée; il y avait quelques chromatophores jaune clair et orange dans la paroi du corps; celui-ci était capable de mouvements assez vifs, et en quelques instants, l'hyperparasite se dégagea de la cavité incubatrice de l'hôte qu'il remplissait entièrement (*fig.* A). La face dorsale, convexe, porte des bosses très marquées, quadrangulaires, légèrement déprimées en leur milieu et parcourues par

(3) *Arb. Zool. Zoot. Institut Würzburg;* I, 1874, pp. 132-135.

(4) *Bull. scient. France et Belgique;* 25, 1893, pp. 436-438, Pl. XI.

des nervures de chitine épaissie. Tout ce qui subsiste des organes se trouve sous forme de trace blanchâtre contre la face ventrale aplatie et où s'ouvrent, en avant et en arrière, deux orifices en croissant. Faces latérales à peu près symétriques. Aucunes



Cabirops Perezi. A, schéma de la position de la femelle adulte (en grisé) dans la cavité incubatrice de *Pseudione Fraissei.* — B, femelle adulte, vue latérale. — C, Cryptoniscien, face ventrale.

traces d'appendices. La seconde femelle, de dimensions analogues, a une forme plus globuleuse et des bosses dorsales moins accentuées; elle est gonflée non par des œufs, mais par une masse ovarienne rose vif sur le vivant. Le céphalon persiste sous forme d'un lobe aplati renflé dans sa région médiane sans restes d'appendices.

Giard et Bonnier ont décrit ([5]) un Cryptoniscien qu'ils trouvèrent au fond d'un bocal contenant des Palémons d'eau douce de l'Ile d'Amboine, parasités par des Épicarides des genres *Probopyrus* et *Palægyge*. Ils le rapportèrent avec doute, par suite des circonstances de sa découverte, au genre *Cabirops*. La connaissance du *Cabirops Perezi* permet de confirmer cette attribution, car les deux Cryptonisciens sont très voisins.

Les caractères particuliers du Cryptoniscien de *Cabirops Perezi* (*fig.* C) sont les suivants : longueur, $1^{mm},19$, largeur maxima, $0^{mm},44$. Couleur rose orangé sans chromatophores. Pas traces d'yeux. Premier article de chaque antennule en croissant aplati, non échancré, très rapproché de son symétrique, mais non contigu à lui par

---

([5]) *Bull. scient. France et Belgique*, 19, 1887, p. 18, Pl. VI.

son bord interne; second article renflé, portant plusieurs dents assez fortes au bord distal. Antennes de 9 articles, le premier et le second présentant du côté interne une forte apophyse épineuse oblique. Épaulettes coxales des quatre premières paires de péréiopodes tridentées; celles des trois paires postérieures simples. Aux pléopodes, deux soies plumeuses dans une échancrure de l'angle postéro-interne du basipodite, sept au bord postérieur de l'endopodite et cinq à celui de l'exopodite. Endopodites des uropodes plus larges et deux fois plus longs que les exopodites.

Le stade cryptoniscien du *Cabirops* de Kossmann ainsi que son hôte étant inconnus, il est impossible de décider si le Cryptoniscien de Giard et Bonnier appartient à la même espèce ou à une troisième espèce distincte de ces rares parasites.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Les caractéristiques anatomiques du foie des Mammifères hibernants.* Note de Mlle **Madeleine Friant**, présentée par M. Charles Pérez.

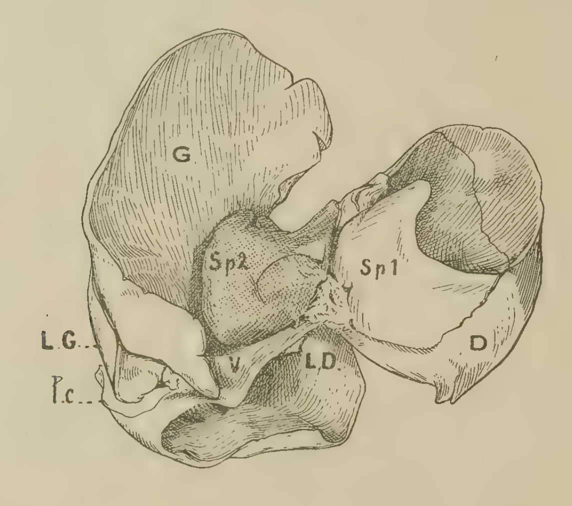
Le foie des Mammifères hibernants, qui n'avait pas été étudié, jusqu'ici, au point de vue morphologique, présente deux caractères très constants :

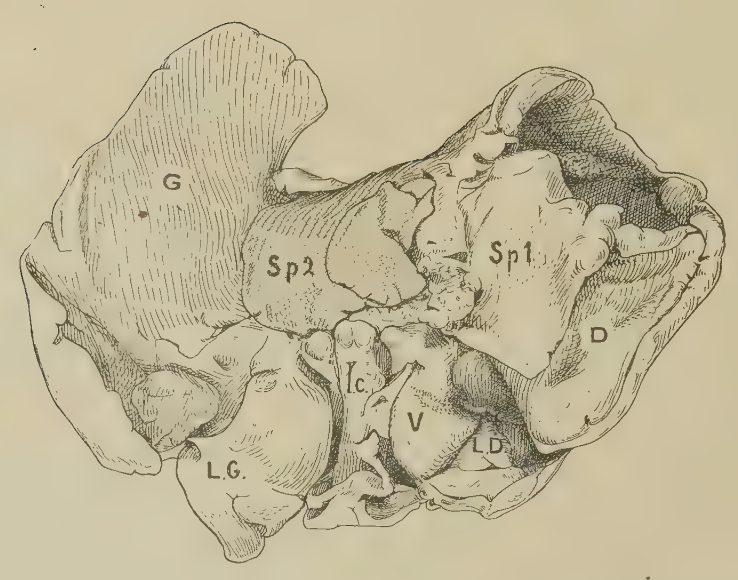
1° Il est notablement plus développé, par rapport au corps tout entier, que celui des autres Mammifères du même groupe zoologique étroit et de la même taille. C'est ainsi que, parmi les Carnassiers (Canidés), chez le *Nyctereutes* (Hibernant cantonné à la Sibérie orientale, au Japon, à la Chine septentrionale et centrale), il constitue la trentième partie du poids du corps, alors que, chez le *Vulpes* (Renard), il n'en constitue que la cinquantième partie, environ. Les mêmes proportions se retrouvent pour les poids hépatiques des deux Rongeurs (Sciuridés) *Citellus* (Spermophile) (Hibernant actuellement localisé, en Europe, aux steppes des régions orientales et méridionales) et *Sciurus* (Écureuil).

2° Un des lobes du foie, le lobe papillaire de Spiegel, simple chez les Carnassiers et les Rongeurs en général, présente, chez les Hibernants (*Nyctereutes*, *Citellus*), un lobule accessoire élargi au point de former une partie du lobe papillaire lui-même, dont l'apex devient, ainsi, bifide. Le parenchyme de ce lobule accessoire que l'on peut nommer *hibernal* possède surtout, au point de vue histologique, une structure de glande endocrine, ainsi que le montrent le développement considérable du système veineux, d'une part, la réduction des voies biliaires, d'autre part.

Les matériaux que j'ai eus à ma disposition m'ont permis d'observer le lobule hibernal, non seulement chez le *Nyctereutes* et le *Citellus*, mais

aussi chez l'*Erinaceus* (Hérisson), parmi les Insectivores, et l'*Arctomys* (Marmotte), parmi les Rongeurs : les termes de comparaison font, ici,





Foie vu par sa face viscérale chez deux Carnassiers (Canidés) sensiblement de même taille somatique. — En haut, *Vulpes velox* Say. — En bas, *Nyctereutes procyonoïdes* Gray (Hibernant). — D., lobe droit; G., lobe gauche; L. D., lobe intermédiaire droit; L. G., lobe intermédiaire gauche; l. c., lobe carré; Sp1, lobe de Spiegel (lobe caudé); Sp2, lobe de Spiegel (lobe papillaire); V., vésicule biliaire. — G. N. × 2/3.

défaut, l'*Erinaceus* ne pouvant être rapproché, parmi les Érinacéidés, que du *Gymnura*, Mammifère de Malaisie dont je n'ai pu me procurer d'exem-

plaire, et l'*Arctomys* étant seule de sa taille dans le groupe des Sciuridés.

Les changements somatiques profonds qui précèdent et accompagnent le sommeil hibernal, comme l'engraissement, par exemple, impliquent des modifications dans l'activité des glandes endocrines dont le foie est la plus importante : c'est dans les cellules hépatiques que, notamment, les matériaux énergétiques provenant de la digestion sont mis en réserve jusqu'au moment où ils sont rejetés dans le milieu intérieur; or, il est certain que les Mammifères hibernants sont, plus que d'autres, obligés d'emmagasiner d'abondantes réserves pour la durée de leur longue période d'inaction. Ceci permet d'expliquer, chez eux, le grand développement du foie, d'une part, la présence du lobule hibernal, d'autre part.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur les lois de rotation de l'œil.* Note de M. **Jean Rösch**, présentée par M. Bernard Lyot.

L'œil étant assimilé à une sphère mobile autour de son centre, à laquelle est liée une droite diamétrale représentant la ligne visuelle, sa position dépend des deux angles fixant la direction de la ligne visuelle et de l'orientation de l'œil autour de celle-ci, soit trois paramètres. On admet que les mouvements oculaires normaux obéissent aux deux lois suivantes :

1° *Loi de Donders.* — L'orientation du globe oculaire autour de la ligne visuelle ne dépend que de la direction de celle-ci, autrement dit le troisième paramètre est une fonction des deux autres.

2° *Loi de Listing.* — Quand la ligne visuelle s'écarte d'une certaine direction dite *primaire*, la position de la sphère après mouvement (position *secondaire*) est la même que si le plan du grand cercle passant par la direction primaire et la direction secondaire de la ligne visuelle avait glissé sur lui-même.

Les résultats expérimentaux conduisant à ces lois ne concernent que les positions parallèles des deux lignes visuelles. Tous les auteurs qui ont fait des mesures en vision convergente reconnaissent que l'œil subit alors une *torsion* supplémentaire autour de la ligne visuelle. Ce qui revient à dire que la loi de Donders s'entend pour des positions parallèles des lignes visuelles seulement. Quant à la loi de Listing, il semble que la convergence amène tout au moins un déplacement de la position primaire.

Interprétation. — 1° De la loi de Donders, il résulte que si l'on fixe à plusieurs reprises un point de l'espace, un point voisin a à chaque fois son image sur le même élément rétinien. On peut donc admettre que la loi de Donders satisfait à la nécessité (ou tout au moins à l'énorme avantage) de pouvoir percevoir l'immobilité des points fixes de l'espace. Nous avons dit

qu'elle avait été vérifiée pour des lignes visuelles parallèles. On peut s'attendre à ce que l'énoncé réel et complet soit le suivant : le troisième paramètre est une fonction des deux premiers et de la convergence des lignes visuelles.

2° La loi de Listing n'a pas d'interprétation aussi apparente. Fick et Wundt en ont proposé une explication basée sur les dimensions des différents muscles, en invoquant un *principe de moindre action musculaire*. Helmholtz leur rétorque qu'on ne peut pas chercher là une cause déterminante, les muscles s'adaptant au contraire aux mouvements qu'ils doivent produire. Il avance l'argument suivant : nous exécutons les mouvements qui nous sont les plus utiles, mais nous pouvons, moyennant volonté et exercice, en exécuter d'autres. Ainsi nous avons l'habitude de tourner l'humérus dans l'épaule et le radius et le poignet autour du cubitus dans le même sens pour exécuter les mouvements de pronation et de supination de la main. Mais nous pouvons, en nous y exerçant, faire ces deux parties de mouvement en sens inverse, et faire tourner ainsi le coude sans que la main tourne. L'exercice est nécessaire, car il s'agit d'un mouvement *anormal* et sans utilité. De même pour l'œil, nous devons, pense Helmholtz, exécuter normalement des mouvements de Listing pour une raison d'utilité, mais nous pouvons dans certaines conditions en exécuter d'autres. Helmholtz a cherché à quelle condition serait satisfait un *principe de plus facile orientation* grâce auquel nous reconnaîtrions l'immobilité des points fixes de l'espace en passant de la vision directe à la vision indirecte. Il trouve que ce n'est possible que pour un champ visuel infiniment petit, et que la loi de Listing serait celle qui donnerait l'erreur moyenne la plus petite pour toute l'étendue d'un champ *circulaire*. La raison d'utilité ainsi trouvée semble un peu précaire.

Mais à la suite de l'argument d'Helmholtz on peut ajouter ceci : dans le mouvement normal de pronation, l'expérience montre une corrélation entre la rotation du coude et celle du poignet, et une autre dans le mouvement de supination, chacune correspondant à un couple de muscles actifs. Or :

1° ces corrélations ne semblent d'aucune utilité puisque la rotation de la main est toujours la somme des deux autres;

2° on ne peut pas les expliquer par les dimensions des muscles, si celles-ci s'adaptent à leurs fonctions;

3° la disposition des tissus autres que les muscles actifs n'a pas une influence déterminante, puisqu'il existe deux corrélations, une dans chaque sens.

On peut envisager comme raison d'être de cette coordination l'existence d'une *relation simple* entre les *excitations* des muscles en cause, relation qui pourrait être rompue par un effort de volonté. L'*utilité* serait donc une simplicité plus grande dans le fonctionnement du système nerveux. Nous chercherons dans ce sens une explication de la loi de Listimg, moyennant la définition d'un *coefficient d'excitation*.

Nous admettons l'existence, comme constituant unique de tous les muscles, d'une fibre élémentaire, de section s_0, fonctionnant en *tout ou rien*, dont la longueur en fonction de la traction f est

$$l = l_0(1 + \mathrm{K}f) \quad \text{ou} \quad l = l'_0(1 + \mathrm{K}'f),$$

selon qu'elle n'est pas excitée ou qu'elle l'est. En introduisant le nombre de fibres constituant le muscle, on met en évidence sa longueur et sa section au repos L_0, S_0, sa longueur actuelle L, la traction totale F, et un *coefficient d'excitation* θ compris entre 0 et 1 (proportion de fibres excitées), et l'on a

$$\mathrm{F} = \frac{\mathrm{S}_0}{\mathrm{K}s_0}\left\{\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{L}_0}\left[\left(\frac{\mathrm{K}l_0}{\mathrm{K}'l'_0} - 1\right)\theta + 1\right] - \left(\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{K}'} - 1\right)\theta - 1\right\}.$$

Les courbes isotoniques ($\theta = \text{const.}$) données par cette relation sont des droites passant par un point fixe, ce qui s'accorde bien avec les résultats expérimentaux de Beck (*Pflügers Archiv*, 193, 1920) dans la région moyenne de fonctionnement. Ces résultats, sur la Grenouille, concordant avec les chiffres de Motais pour un muscle oculaire inerte, pourront être utilisés pour la détermination des constantes.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *La polychromie du mélanocyte chez les Vertébrés : relations avec la riboflavine* (*vitamine* B2) *et les substances à fluorescence bleue*. Note [1] de M. **René-Guy Busnel**, présentée par M. Paul Portier.

Au cours de nos recherches antérieures avec M. Fontaine sur la répartition de la riboflavine et des substances à fluorescence bleue dans la peau et les écailles des Poissons [2], nous avons mis en évidence que

---

[1] Séance du 19 janvier 1942

[2] M. Fontaine et R.-G. Busnel : *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1521; 206, 1938, p. 1679; *C. R. Soc. Biol.*, 128, 1938, p. 370.

ces corps étaient, dans les tissus mélanisés, localisés étroitement aux mélanocytes ([3]).

Nous avons étendu ces observations aux différents groupes de Vertébrés, par les méthodes histologiques et chimiques déjà définies dans nos publications précédentes ([4]).

Chez les Vertébrés inférieurs, il y a une relation histologique constante entre le mélanocyte, la riboflavine et les substances à fluorescence bleue. Cette relation, que nous observons plus particulièrement dans les tissus épidermiques, se retrouve dans tous les mélanocytes des organes internes, spécialement sur les membranes séreuses (Foie, Intestin, Organes génitaux, Moelle épinière). Chez les albinos, ces mêmes tissus sont dépourvus de ces divers corps.

Ces substances se rencontrent dans le mélanocyte sans qu'il nous ait été possible de les définir cytologiquement. Dans certains cas, on les observe au voisinage immédiat du mélanocyte; ailleurs, ces substances sont parfois fixées sur de la mélanine isolée en bloc ou en grain (rétine, peau). Le mélanocyte des Vertébrés inférieurs doit donc être considéré comme formé d'*une association pigmentaire*.

Ces corps sont plus ou moins abondants dans les mélanocytes selon les espèces étudiées. On ne les rencontre jamais seuls, et ils coexistent, soit en quantités égales (*Trigla*, *Bufo*, *Coronella*), soit avec une dominante très nette. [(Riboflavine : *Gasterosteus*, *Triton*, *Vipera*) (ou substances à fluorescence bleue : *Cyprinus*, *Rana*, *Anguis*.)]

La présence de ces pigments dans le mélanocyte doit donc faire considérer celui-ci comme un véritable *chromatocyte polychromatique*.

La teneur des mélanocytes en riboflavine et en substances à fluorescence bleue varie avec la saison, parfois du simple au double; ces variations affectent également le rapport de la flavine aux substances à fluorescence bleue.

Certains cas pathologiques ([5]), comme l'albinisme, mettent bien en évidence la relation de la polychromie du mélanocyte : la disparition partielle ou totale des mélanocytes entraînant la diminution ou la disparition des

---

([3]) L'action vitaminique des pigments à fluorescence bleue a été définie précédemment (L. Randoin, M. Fontaine et R.-G. Busnel, A. Raffy, *C. R. Soc. Biol.*, 129, 1939, p. 473).

([4]) M. Fontaine et R.-G. Busnel, *Bull. I. O. de Monaco*, 742, 1938; 782, 1939.

([5]) M. Fontaine, A. Raffy et R.-G. Busnel, *C. R. Soc. Biol.*, 135, 1941, p. 251.

autres pigments. Cette disparition ne semble pas affecter la teneur en riboflavine d'autres organes qui en contiennent normalement (Foie) dans la mesure où l'on tient compte de la séreuse hépatique pigmentée chez l'animal normal [*Axolotls* blancs et noirs (*Amblystoma mexicanum*)].

Chez les Vertébrés supérieurs, la riboflavine et les substances à fluorescence bleue ne sont observables dans les tissus mélanisés qu'à l'état de traces. Histologiquement il n'est possible de les mettre en évidence que chez de rares espèces (Chien, Chat); les fluorescences de ces corps sont localisées au niveau des chromatocytes épithéliaux.

Les dosages effectués comparativement avec des animaux albinos révèlent l'absence absolue de ces substances.

Le tableau ci-dessous résume des dosages effectués comparativement dans les différents groupes de Vertébrés, au niveau de tissus riches en mélanocytes (peau); ces dosages sont confirmés par les données bibliographiques concernant d'autres tissus, comme la rétine ([6]).

			Tissu riche en mélanocytes = Peau.		
			Riboflavine (en γ par gramme de tissus).		Substances à fluorescence bleue (+).
Vertébrés inférieurs.	Cyclostomes		6	à 9	+
	Poissons		0,1	25	++
	Batraciens		5	100	++
	Reptiles		5	50	+
Vertébrés supérieurs.	Oiseaux		0,5	1,5	–
	Mammifères.	Insectivores	0,5	2	–
		Carnivores	0,5	2	–
		Rongeurs	0,5	1	–
		Ongulés	0,75	1,5	–
		Primates = Simien.	0,3	1	–
		Homme blanc	0,1	0,75	–
		Homme noir	0,1	1	–

(+) observations quantitatives : + présence, ++ grande abondance.

La teneur du mélanocyte en riboflavine ou en substances à fluorescence bleue, très élevée chez les Vertévrés inférieurs, est pratiquement nulle chez les Vertébrés supérieurs. La biochimie du mélanocyte des deux groupes de Vertébrés est donc différente selon le groupe étudié (Bruno Bloch

---

([6]) M. Fontaine et A. Raffy, *La Vitamine* B2 (*Actualités Scientifiques et Industrielles*, 871, Paris, 1941).

distinguait également deux aspects du problème pigmentaire selon les Vertébrés).

Ce fait nous amène à formuler plusieurs hypothèses de travail :

1° La fonction oxydo-réductrice de la riboflavine liée permet d'envisager pour cette substance une place importante dans la mélanogénèse (rôle du ferment jaune de Warburg). La mélanogénèse pourrait s'effectuer chez les Vertébrés inférieurs par l'intermédiaires de ce pigment ([7]).

2° Ces corps peuvent n'être, comme la mélanine, que des produits du catabolisme, qui, chez les Vertébrés inférieurs, sont déposés dans le chromatocycte comme substance de déchets, et chez les Vertébrés supérieurs éliminés dans les urines (Fontaine) ([8]). Ils sont toutefois partiellement rejetés à l'extérieur chez les Vertébrés inférieurs au moment de la mue et au fur et à mesure de la desquamation épithéliale (cas des chromatocytes épidermiques).

3° Le rapport entre la teneur du mélanocyte en riboflavine et en substances à fluorescence bleue avec le groupe zoologique étudié est l'inverse de celui de l'hépatoflavine, signalé par Fontaine et Raffy ([9]). Il y aurait vraisemblablement une liaison entre ces deux observations, en rapport avec les caractères physiologiques des organes étudiés.

4° La présence à haute dose d'un pigment respiratoire oxydo-réducteur au niveau même de la surface des échanges respiratoires dans les espèces ou de la respiration cutanée est des plus importante, n'est peut-être pas sans rapport avec cette fonction.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Spécificité, composition en acides aminés et poids moléculaire des myoglobines (hémoglobines musculaires).* Note de MM. **Jean Roche** et **Yves Derrien**, présentée par M. Maurice Javillier.

Les myoglobines (hémoglobines musculaires) sont, comme les pigments sanguins du même type, constituées par l'union du protohème et d'une

([7]) Deux espèces étudiées offrent deux cas qui peuvent infirmer cette hypothèse : il s'agit du Poisson *Amiurus cattus*, dont les téguments mélanisés sont pauvres en riboflavine et en substances à fluorescence bleue, et du Poisson *Carassius auratus*, où les chromatocytes, dépourvus de mélanines, sont très riches en substances à fluorescence bleue.

([8]) *Gaz. hebd. Sc. médic. de Bordeaux*, 50, déc. 1938.

([9]) *C. R. Soc. Biol.*, 134, 1941, p. 389.

globine (Mörner, Günther, Roche, Theorell). Les unes et les autres possèdent qualitativement les mêmes caractères, mais elles diffèrent, en particulier, dans leur affinité pour l'oxygène et l'oxyde de carbone et la position de leurs bandes d'absorption spectrales (Theorell, Hill, Millikan, Roche). Aussi pouvait-on penser que leurs constituants protéiques ne sont pas identiques et, par ailleurs, l'étude de la teneur en acides aminés des hémoglobines sanguines, poursuivie par l'un de nous, suggère l'hypothèse que la globine musculaire de chaque animal présente une composition spécifique. Nous avons entrepris des recherches sur la teneur en certains acides aminés des myoglobines du Bœuf, du Chien et du Cheval dans le but de nous faire une opinion à ces divers égards.

Trois échantillons de myoglobine pure ont été préparés, chacun à partir d'environ 30kg de muscle cardiaque (Bœuf et Cheval) ou squelettique (Chien), par la méthode de Roche, Derrien et Moutte ([1]). Les globines de ces pigments purs ont été isolées et hydrolysées dans les conditions exigées par le dosage des divers acides aminés. On trouvera dans le tableau ci-dessous l'ensemble de nos résultats, exprimés en % de chromoprotéide, auxquels nous avons adjoint ceux obtenus antérieurement sur les pigments sanguins des mêmes animaux (Vickery et White, Roche et Jean, Block).

Teneur % en divers acides aminés d'hémoglobines sanguines et musculaires de Bœuf, de Cheval, de Chien.

	Hémoglobine musculaire de			Hémoglobine sanguine de		
Acide aminé.	Bœuf.	Cheval.	Chien.	Bœuf.	Cheval.	Chien.
Arginine.......	2,01	2,35	2,38	3,44	3,54	3,39
Histidine.......	11,70	8,48	10,61	7,81	7,94	8,25
Lysine..........	9,96	10,24	10,84	8,44	7,99	8,26
Cystéine........	0,85	0,80	0,78	0,56	0,40	1,20
Tyrosine........	2,98	2,28	1,17	3,25	3,38	3,49
Tryptophane	3,72	4,06	3,75	2,30	2,41	2,92
Alanine.........	9,29	6,90	5,66	8,70	7,60	7,10
Leucine.........	13,92	17,43	13,26	15,70	19,10	15,00
Valine..........	4,11	4,81	4,35	8,90	9,70	7,10

Nous avons calculé ([2]) à partir des données déterminées sur les myoglobines, le

([1]) *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 23, 1941, pp. 1114-1129.

([2]) En tenant compte des limites d'erreur expérimentale inhérentes aux méthodes de dosage employées.

rapport moléculaire R entre les divers acides aminés et la fréquence F de ceux-ci dans la molécule, suivant les modalités fixées par Bergmann et Niemann ([3]), et obtenu les résultats groupés dans le tableau suivant.

Rapport moléculaire (R) *et fréquence* (F) *des divers acides aminés dans les myoglobines de Bœuf, de Cheval et de Chien.*

	R dans les myoglobines de			F dans les myoglobines de		
Acide aminé.	Bœuf.	Cheval.	Chien.	Bœuf.	Cheval.	Chien.
Cystéine	1	1	1	144	144	144
Tyrosine	2	2	1	72	72	144
Arginine	2	2	2	72	72	72
Tryptophane	3	3	3	48	48	48
Valine	6	6	6	24	24	24
Histidine	12	9	12	12	16	12
Lysine	12	12	12	12	12	12
Alanine	12	12	16	12	12	9
Leucine	16	18	16	9	8	9

Les conclusions suivantes se dégagent de ces résultats :

1° Dans une même espèce animale, les hémoglobines sanguine et musculaire renferment chacune un constituant protéique particulier. Celui du pigment hématique est, en général, plus riche en tyrosine, en leucine, en valine et en arginine, mais plus pauvre en tryptophane, en lysine et en histidine que la globine musculaire.

2° Comme les hémoglobines du sang, celles du muscle n'ont pas la même composition en acides aminés chez les divers animaux. Contrairement à ce que l'on observe dans les premières, la teneur en cystéine est pratiquement la même dans les myoglobines de Bœuf, de Cheval et de Chien; celles-ci présentent par contre des écarts notables dans le taux de la tyrosine, de la leucine, de l'alanine et de l'histidine. Ces différences doivent nécessairement servir de support aux caractères spécifiques des myoglobines, dont nous poursuivons l'étude.

3° Les rapports R et les fréquences F des neuf acides aminés étudiés correspondent à un nombre total de $R \times F = 144$ molécules d'acides aminés,

([3]) *Journ. of Biol. Chem.*, **118**, 1937, pp. 301-314.

de poids moléculaire moyen égal à 117,6, dans les myoglobines de Bœuf, de Cheval et de Chien. Il en résulte que le poids moléculaire de ces chromoprotéides, déterminé par voie chimique selon le principe établi par Bergmann et Niemann, est $144 \times 117,6 = 16934$. Cette valeur présente une remarquable concordance avec celles (16800-17500) établies par ultracentrifugation (Sverdberg, Pedersen) et par osmométrie (Roche et Vieil) sur les solutions des mêmes pigments.

IMMUNOCHIMIE. — *Mécanisme des réactions antigène-anticorps et structure moléculaire des protéides.* Note de MM. **Dikran Dervichian** et **Pierre Grabar**, présentée par M. Louis Martin.

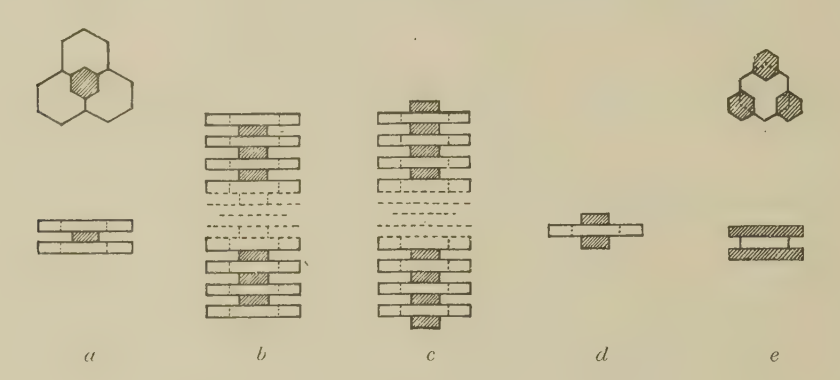
En faisant appel à la structure de la molécule des protéides proposée par l'un d'entre nous [1], il est possible de donner une base et un sens précis aux notions de groupements spécifiques et de valences multiples que diverses théories immunochimiques avaient déjà introduites. De plus, notre interprétation des phénomènes observés au cours des réactions de précipitation permet d'en prévoir les relations quantitatives.

I. La molécule des protéides est assimilée à un cylindre aplati dont les deux faces planes identiques sont formées par l'ensemble des groupements polaires libres des restes aminoacides. Toute union entre un antigène et un anticorps se fait par juxtaposition des surfaces planes des deux molécules. Quelle que soit la nature des liaisons, elles font nécessairement intervenir des restes d'aminoacides. Il faut donc que, dans la zone de contact des deux molécules, les arrangements respectifs des groupements qui interviennent soient compatibles. Or les différents groupements polaires, qui émergent de chacune des deux faces de la molécule plate, sont rangés périodiquement suivant un réseau hexagonal plan. Dans ce réseau, l'ensemble d'un certain nombre d'éléments d'espèces différentes constitue un *motif*. Suivant la variété des acides aminés qui y figurent, ce motif peut être plus ou moins grand. La compatibilité des arrangements réciproques revient donc à une compatibilité des motifs entrant

(1) D. Dervichian, *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 792, et 212, 1941, p. 86. *Journ. de Chim. Phys.*, 38, 1941, p. 59.

en contact. Plus les motifs compatibles sont grands, plus la spécificité est étroite. Ces notions conduisent ainsi à une *définition cristallographique de la spécificité*. Du fait de la symétrie ternaire du réseau hexagonal, tout motif se répète nécessairement trois fois (ou un multiple de trois fois) sur chaque face de la molécule (rotation de 120° autour du centre de symétrie). Il en résulte que chaque molécule doit pouvoir, par chacune de ses faces, entrer en contact et s'unir avec trois des molécules opposées. Tout se passe donc comme si les molécules avaient un *nombre de* valences *égal au nombre d'emplacements du motif spécifique*.

II. Considérons une solution contenant une quantité fixe d'anticorps (A). Si l'on y ajoute une très petite quantité d'antigène (G), seules les molé-



cules G sont en mesure de satisfaire toutes leurs valences à la fois. Toutes s'unissent donc, par chacune de leurs faces, à trois molécules d'anticorps; celles-ci, par contre, n'interviennent chacune que par une seule de leurs valences. Le composé qui se forme, A_6G, est représenté par le schéma (*a*). Chaque molécule de G, au lieu de saturer ses valences en se combinant avec des molécules libres de A, peut aussi se fixer sur une des faces extérieures du composé A_6G. Il en résulte ainsi des empilements schématisés en (*b*) et (*c*) et représentés par les formules $(A_3G)_nA_3$ et $(A_3G)_nG$. Les uns sont terminés par des molécules A, les autres par des molécules G. Les proportions relatives des complexes du type *a*, *b* ou *c* qui se forment dépendent du rapport des quantités de A et G en présence. Il en est de même de la valeur moyenne du nombre *n*. La quantité de G ajoutée croissant, les empilements à valeur élevée de *n* prédomineront et, autant sous la forme *b* que sous la forme *c*, la composition du complexe sera proche de la valeur intermédiaire A_3G. Par ailleurs, à partir d'une

certaine proportion, la quantité de A entrant en combinaison restera constante, la totalité présente étant utilisée, alors que des quantités croissantes de G pourront encore intervenir par suite de l'évolution vers les complexes du type *c* à *n* décroissant, le terme final étant représenté par la figure (*d*) et correspondant à la formule A_3G_2. On peut envisager encore la formation d'un composé AG_6, ayant la disposition inverse du composé *a* et qui se formerait en présence d'un très grand excès de G (*fig. e*).

Sur une courbe représentant les quantités de A combinées en fonction des quantités de G ajoutées, on observera, au début, une partie montante (zone d'excès d'anticorps) suivie d'un palier (zone dite d'équivalence). Si, suivant l'usage, A est titré sous forme de précipité et que le complexe formé est soluble à partir d'une certaine composition, la courbe descendra (zone d'inhibition) après ce palier qui sera plus ou moins marqué.

III. Des formules moléculaires empiriques ont été établies par Heidelberger ([2]), en se basant sur des déterminations quantitatives faites sur les précipités spécifiques. Il s'agit d'antigènes-protéines de poids moléculaires différents connus (42000 à 310000) et des anticorps correspondants du Lapin (P.M. = 160000). Avec l'ovalbumine, l'azo-ovalbumine et la sérum-albumine, on trouve respectivement : A_5G, A_5G et A_6G, en présence d'un très grand excès d'anticorps; de même A_3G à A_5G_2, A_3G à A_5G_2 et A_4G à A_3G, dans la zone d'équivalence; enfin, en présence d'excès croissant d'antigène, des valeurs moins bien définies allant de A_2G à AG, A_3G_4 à AG_2 et A_2G à AG. Dans un article d'ensemble de Hooker et Boyd ([3]) sont rassemblés des chiffres se rapportant à la seule zone d'équivalence. On aboutit aux formules suivantes : A_4G à A_3G pour l'hémoglobine, A_4G à A_3G pour la sérum-globuline (Cheval) et A_3G pour l'édestine. Pour ces six antigènes différents l'accord avec nos prévision est donc satisfaisant, car il ne faut pas perdre de vue qne la formule A_3G, établie théoriquement pour la zone d'équivalence, n'a qu'une signification de moyenne; de même que A_6G et A_3G_2 ou AG_6 n'ont que le sens de valeurs limites, puisque les différents complexes coexistent et ne prédominent que suivant une loi d'action de masse.

Par contre, les valeurs de $A_{40}G$, $A_{14}G$ à $A_{10}G$ et A_2G à AG, trouvées pour chacune des zones de précipitation de la thyréoglobuline ([2]), de

---

([2]) *J. Am. Chem. Soc.*, 60, 1938, p. 242.

même que la proportion de $A_{29}G$ ([3]) établie pour la zone d'équivalence de l'hémocyanine (Busycon), sont en contradiction manifeste avec nos prévisions. Il faut cependant tenir compte du fait que, dans ces deux cas, la molécule d'antigène est plus grande que la molécule de l'anticorps et qu'elle peut, si la répétition du motif le permet, fixer, sur chacune de ses faces, 6 de ces dernières au lieu 3. De plus, il s'agit de protéides complexes à structure particulière : les grosses molécules des hémocyanines se dissocient facilement en des molécules plus petites. Pour rétablir l'accord avec les proportions théoriques, on devrait donc admettre (en plus de la valence 6) que la molécule élémentaire s'associant à l'anticorps est, pour la thyréoglobuline, 2 fois plus petite que la molécule non dissociée et, pour l'hémocyanine (Busycon), 5 fois plus petite. Il est curieux de constater que des considérations faites par l'un de nous ([4]) sur les dimensions moléculaires, il ressort que ces mêmes molécules sont exceptionnelles et que la première semble formée de l'empilement de 2 disques élémentaires et la seconde de 5 ou 6.

A 15h45m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h15m.

A. Lx.

([3]) *J. Gener. Physiol.*, 22, 1939, p. 281.

ERRATA.

(Séance du 17 novembre 1941.)

Note de M. *Julien Kravtchenko*, Sur la continuité des dérivées du potentiel :

Page 676, dernière ligne du texte, *au lieu de* conditions L_n, *lire* conditions L_f.
Page 677, formule (3), *au lieu de*

$$I(r)=\int_a^b \frac{f(r)-f(r')}{r-r'}\,dr', \qquad a \leqq r \leqq b,$$

lire

$$\varphi(r)=\int_0^r \frac{f(r')}{r'}\,dr'.$$

Dans l'alinéa III, supprimer la phrase : « Nous désignerons par $\varphi(r)$ le module de continuité de $I(r)$ », ainsi que la formule (3').
Page 678, ligne 8, *au lieu de* (3'), *lire* (3); ligne 9, *au lieu de* K/r^{α}, *lire* Kr^{α}; ligne 11, *au lieu de* K_1/r^{α}, *lire* $K_1 r^{\alpha}$.

(Séance du 29 décembre 1941.)

Note de MM. *Gabriel Bertrand* et *Georges Brooks*, Le rendement en furfural de nos principaux bois indigènes :

Page 963, lignes 7 et 8, *au lieu de* dans le bois des branches que dans celui du tronc, *lire* avec le bois des branches qu'avec celui du tronc.
Même page, rétablir le tableau de la façon suivante :

	Tronc.	Moyenne.	Branches.	Moyenne.
Angiospermes (%).....	2,4 à 9,7	4,3	4,8 à 10,3	6,3
Gymnospermes (%).....	2,4 à 3,8	3,2	3,6 à 5,0	4,5

Lignes 12, 13 et 14, *lire* Ces différences s'ajoutent à celle que nous avons déjà signalée et, dans une certaine mesure, la corroborent, à propos de la teneur en glucides facilement hydrolysables du tronc et des branches (³);....

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de décembre 1941 (*suite et fin.*)

Carte géologique de la Syrie et du Liban à l'échelle du millionième, dressée par Louis Dubertret. Beyrouth, Haut-Commissariat français, Service des T. P., Section géologique, 1941; 1 pl. 83^{cm},5 × 63^{cm} (présentée par M. Ch. Jacob).

Bibliothèques de synthèse historique. L'évolution de l'humanité. *L'évolution de la pensée scientifique. Les sciences de la Vie aux* XVIIe *et* XVIIIe *siècles. L'idée d'évolution,* par Émile Guyénot. Paris, Éditions Albin-Michel, 1941; 1 vol. 20^{cm},5.

Encyclopédie scientifique. Bibliothèque de biologie générale. *Organisme et sexualité,* par Maurice Caullery. Paris, Gaston Doin et Cie, 1942; 1 vol. 21^{cm}.

Prodrome à une flore mycologique de Madagascar et Dépendances. II. *Les Rhodophylles de Madagascar* (*Entoloma, Nolanea, Leptonia, Eccilia, Claudapus*), par Henri Romagnesi. Paris, 12, rue de Buffon, 1941; 1 vol. 27^{cm},5.

Logique des minéraux du granite, par Jacques de Lapparent. Extrait des n°s 5 et 6 *de la* 79e *année de la Revue scientifique.* Paris, Éditions de la *Revue scientifique,* 1941; 1 fasc. 32^{cm}.